

سؤالات موضوعی نهایی

((ریاضی ۲))

پایه دوازدهم رشته‌ی علوم تجربی

آخرین نسخه: دی ۱۴۰۰

تهیه‌کننده: جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه استان خوزستان

((فصل اوّل : تابع))



درس ۱ : توابع چند جمله ای ، توابع صعودی و نزولی

توابع چند جمله ای

اگر n یک عدد صحیح نامنفی و a_0 و a_1 و a_2 و ... و a_n اعداد حقیقی باشند که $a_n \neq 0$. در این صورت تابع زیر را یک تابع چندجمله‌ای از درجه‌ی n می‌نامند.

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

برای مثال توابع زیر توابع چندجمله ای هستند.

(الف) تابع ثابت

$$f(x) = c$$

تابع چندجمله ای از درجه صفر^۱

(ب) تابع خطی

$$f(x) = ax + b$$

تابع چندجمله ای از درجه یک

(ج) تابع درجه ۲ (سهمی)

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

تابع چندجمله ای از درجه دو

(د) تابع زیر نیز یک تابع چند جمله ای از درجه ۳ است.

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

تابع چندجمله ای از درجه سه

۰/۲۵ نمره	خرداد ۹۹ خ	<p>۱ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.</p> <p>تابع $y = 2x^5 - 4x^3 + \sqrt{7}x$ یک تابع چند جمله ای <u>نیست</u>.</p>
۰/۲۵ نمره	دی ۹۹	<p>۲ در جای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید.</p> <p>در بازه‌ی $(0, 1)$، نمودار تابع $y = x^3$، نمودار تابع $y = x^2$ قرار دارد.</p>
۰/۵ نمره	شهریور ۱۴۰۰	<p>۳ درستی یا نادرستی گزاره‌ی زیر را مشخص کنید.</p> <p>دامنه‌ی توابع چند جمله ای برابر R است.</p>

1. برای تابع $f(x) = 0$ درجه تعریف نمی‌شود.

۲۵/۰ نمره	دی ۱۴۰۰	۴ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. تابع $y = \sqrt{2}x^3 - \frac{3}{4}x$ یک چند جمله‌ای از درجه ۳ است.
۲۵/۰ نمره	دی ۱۴۰۰	۵ در جاهای خالی عبارت ریاضی مناسب را انتخاب کنید. نمودار تابع $f(x) = x^3$ در بازه‌ی $(0,1)$ ، از نمودار تابع $g(x) = x^2$ قرار دارد. (بالا‌تر- پایین‌تر)

توابع یکنوا

تابع $y = f(x)$ را روی دامنه‌اش صعودی گویند، هرگاه :

$$x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$$

تابع $y = f(x)$ را روی دامنه‌اش صعودی اکید (اکیداً صعودی) گویند، هرگاه :

$$x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) < f(x_2)$$

تابع $y = f(x)$ را روی دامنه‌اش نزولی گویند، هرگاه :

$$x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$$

تابع $y = f(x)$ را روی دامنه‌اش نزولی اکید (اکیداً نزولی) گویند، هرگاه :

$$x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) > f(x_2)$$

تابع $y = f(x)$ را روی دامنه‌اش ثابت گویند، هرگاه :

$$x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) = f(x_2)$$

توجه :

۱ : هر تابع صعودی اکید یا نزولی اکید را تابع اکیداً یکنوا می‌نامند.

۲ : اگر تابعی صعودی یا نزولی باشد، را یکنوا می‌نامند.

۳ : طبق تعریف تابع ثابت هم صعودی و هم نزولی است یعنی یکنوا است ولی اکیداً یکنوا نیست.

۴ : برای تعیین صعودی یا نزولی یا ثابت بودن تابع به کمک نمودار آن، نمودار را از چپ به راست نگاه کنید.

۵ : به طور مشابه، صعودی یا نزولی بودن تابع را می‌توان در یک فاصله مانند $I \subseteq D_f$ تعریف نمود.

۲۵/۰ نمره	دی ۹۷	۱ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. تابع ثابت در یک بازه، هم صعودی و هم نزولی محسوب می‌شود.
۲۵/۰ نمره	خرداد ۹۸	۲ در جای خالی گزینه‌ی مناسب داخل پرانتز را انتخاب کنید. تابع $y = (x+1)^3$ در دامنه‌ی تعریف خود (صعودی ، نزولی) است.
۲۵/۰ نمره	تیر ۹۸	۳ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. تابع $f(x) = \sqrt{x}$ در دامنه‌ی خود اکیداً یکنوا است.

۲۵/۰۲۵ نمره	تیر ۹۸	در جای خالی عبارت مناسب بنویسید. تابع $y = x^2 x$ در بازه‌ی $(-\infty, a]$ نزولی است. حداکثر مقدار a برابر است.
۲۵/۰۲۵ نمره	شهریور ۹۸	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. تابع $f(x) = -x^3 + 2$ در دامنه‌ی تعریفش صعودی است.
۲۵/۰۲۵ نمره	دی ۹۸	در جای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. تابعی که در یک بازه، هم صعودی و هم نزولی محسوب می شود، تابع نامیده می شود.
۲۵/۰۲۵ نمره	خرداد ۹۹	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید. تابع ثابت در یک بازه هم صعودی و هم نزولی است.
۲۵/۰۲۵ نمره	خرداد ۹۹ خ	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. تابع $f(x) = x $ در دامنه اش صعودی است.
۲۵/۰۲۵ نمره	خرداد ۹۹ خ	در جای خالی عبارات مناسب قرار دهید. تابعی که در یک بازه، هم صعودی و هم نزولی تعریف می شود، تابع گفته می شود.
۲۵/۰۲۵ نمره	شهریور ۹۹	در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. توابع اکیداً یکنوا، همواره هستند.
۵/۰۲۵ نمره	شهریور ۱۴۰۰	درستی یا نادرستی گزاره‌ی زیر را مشخص کنید. تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \sqrt{x}$ در دامنه اش اکیداً نزولی است.

درس ۲: ترکیب توابع

هرگاه g و f دو تابع باشند، ترکیب تابع g در f که به صورت $f \circ g$ نمایش داده می شود را به صورت زیر تعریف می کنند.

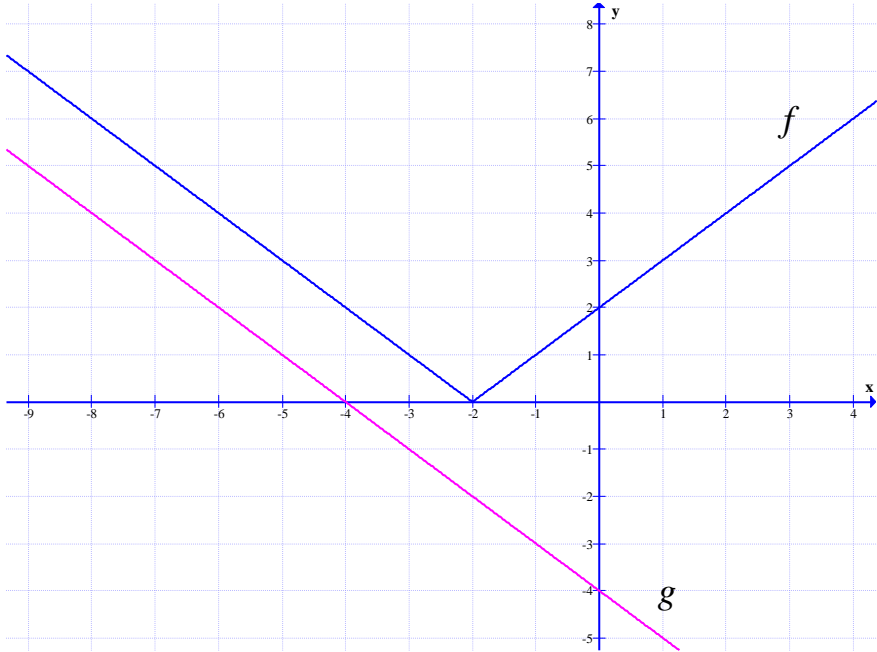
$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

دامنه‌ی تابع مرکب $f \circ g$ با توجه به نمودار فوق به شکل زیر مشخص می شود.

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$$

۲۵/۰۲۵ نمره	دی ۹۷	جای خالی را کامل کنید. تابع $h(x) = (2x^2 - 5x + 1)^2$ ترکیب دو تابع $f(x) = 2x^2 - 5x + 1$ و $g(x) = \dots$ است.
----------------	-------	--

۱/۲۵ نمره	دی ۹۷	توابع $f(x) = \frac{x+3}{2x}$ و $g(x) = 3x - 1$ را در نظر بگیرید. دامنه‌ی تابع $f \circ g$ را با استفاده از تعریف به دست آورید.	۲
۱ نمره	خرداد ۹۸	دو تابع $f(x) = \sqrt{x-4}$ و $g(x) = \frac{1}{x^2-1}$ را در نظر بگیرید. دامنه‌ی تابع $g \circ f$ را با استفاده از تعریف به دست آورید.	۳
۱/۲۵ نمره	شهریور ۹۸	اگر $f(x) = \sqrt{x-1}$ و $g(x) = 2x^2 - 1$ باشد. دامنه‌ی تابع $(f \circ g)(x)$ را با استفاده از تعریف به دست آورید.	۴
۱ نمره	دی ۹۸	اگر $f(x) = x^2 - 5$ و $g(x) = \sqrt{x+6}$ باشد. دامنه‌ی تابع $f \circ g$ را به کمک تعریف بدست آورید.	۵
۱ نمره	خرداد ۹۹	اگر $f(x) = 3x - 4$ و $f(g(x)) = 3x^2 - 6x + 14$ باشد. ضابطه‌ی تابع $g(x)$ را به دست آورید.	۶
۲ نمره	خرداد ۹۹	اگر $f(x) = \sqrt{4-2x}$ و $g(x) = x^2 + 2x - 1$ باشد. الف: دامنه‌ی تابع $g \circ f$ را با استفاده از تعریف به دست آورید. ب: مقدار $(g \circ f)(2) - \frac{f}{g}(0)$ تعیین کنید.	۷
۰/۲۵ نمره	خرداد ۹۹ خ	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. اگر $f(x) = \sqrt{x}$ و $g(x) = \sin x$ باشند، آنگاه $(g \circ f)(x) = \sqrt{\sin x}$ خواهد بود.	۸
۰/۲۵ نمره	خرداد ۹۹ خ	در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. اگر $f(7) = 5$ و $g(4) = 7$ باشد، آنگاه $(f \circ g)(4) = \dots$	۹
۰/۲۵ نمره	خرداد ۹۹ خ	اگر $f(x) = x^2 - 5$ و $g(x) = \sqrt{x+6}$ باشد، دامنه‌ی تابع $f \circ g$ را به دست آورید.	۱۰
۱ نمره	خرداد ۹۹ خ	اگر $(f \circ g)(x) = 3x^2 - 6x + 14$ و $f(x) = 3x - 4$ ضابطه‌ی تابع $g(x)$ را بدست آورید.	۱۱

شهریور ۹۹	شماره ۲	۱۲	<p>اگر $f(x) = \sqrt{x-1}$ و $g(x) = 2x^2 - 1$ باشد.</p> <p>الف: دامنه‌ی تابع fog را با استفاده از تعریف به دست آورید.</p> <p>ب: ضابطه‌ی تابع fog را بنویسید.</p>															
دی ۹۹	شماره ۱/۵	۱۳	<p>با توجه به نمودارهای توابع f و g به سؤالات زیر پاسخ دهید.</p>  <p>الف: مقدار $(fog)(-1)$ را محاسبه کنید.</p> <p>ب: اگر $g(3t-1) = 0$ آنگاه مقدار t را به دست آورید.</p> <p>پ: با محدود کردن دامنه‌ی f، بازه‌ای را مشخص کنید که تابع f یک به یک شود.</p>															
خرداد ۱۴۰۰	شماره ۱/۲۵	۱۴	<p>الف: دامنه‌ی تابع fog را با استفاده از تعریف به دست آورید.</p> <p>ب: مقدار $(gof)(2)$ را تعیین کنید.</p>															
شهریور ۱۴۰۰	شماره ۱/۵	۱۵	<p>با توجه به جدول زیر، مقادیر خواسته شده را به دست آورید.</p> <p>الف) $(gof)(1)$</p> <p>ب) $(fo(f+g))(0)$</p> <table border="1" data-bbox="485 1532 1235 1706"> <tbody> <tr> <td>x</td> <td>-۱</td> <td>۰</td> <td>۱</td> <td>۲</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>۰</td> <td>-۱</td> <td>۲</td> <td>-۵</td> </tr> <tr> <td>$g(x)$</td> <td>۲</td> <td>۳</td> <td>۴</td> <td>-۲</td> </tr> </tbody> </table>	x	-۱	۰	۱	۲	$f(x)$	۰	-۱	۲	-۵	$g(x)$	۲	۳	۴	-۲
x	-۱	۰	۱	۲														
$f(x)$	۰	-۱	۲	-۵														
$g(x)$	۲	۳	۴	-۲														
دی ۱۴۰۰	شماره ۰/۲۵	۱۶	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.</p> <p>اگر $f(7) = 5$ و $g(4) = 7$، آنگاه $(fog)(4) = 5$</p>															

۲ نمره	دی ۱۴۰۰	<p>الف: با توجه به نمودار توابع f و g، مقادیر زیر را در صورت وجود به دست آورید.</p> <p>$(g \circ f)(-1)$ و $(g^{-1} \circ f^{-1})(2)$</p> <p>ب: نمودار تابع $f(x-2) - 3$ را رسم کنید.</p>	۱۷
--------	---------	--	----

تبدیلات

برای تابع $y = f(x)$ و با فرض مثبت بودن عدد k به شکل زیر بیان می‌شود.

نتیجه		نحوه‌ی تبدیل		تابع جدید
مطیع	نمودار به اندازه‌ی k واحد بالا می‌رود.	به عرض نقاط k واحد اضافه می‌شود.	طول نقاط ثابت می‌ماند.	$y = f(x) + k$
	نمودار به اندازه‌ی k واحد پایین می‌رود.	از عرض نقاط k واحد کم می‌شود.		$y = f(x) - k$
	اگر $0 < k < 1$ نمودار در جهت عمودی منقبض می‌شود. اگر $k > 1$ نمودار در جهت عمودی منبسط می‌شود.	عرض نقاط در k ضرب می‌شود.		$y = kf(x)$
لجباز	نمودار به اندازه‌ی k واحد به عقب می‌رود.	از طول نقاط k واحد کم می‌شود.	عرض نقاط ثابت می‌ماند.	$y = f(x + k)$
	نمودار به اندازه‌ی k واحد به جلو می‌رود.	به طول نقاط k واحد اضافه می‌شود.		$y = f(x - k)$
	اگر $0 < k < 1$ نمودار در جهت افقی منبسط می‌شود. اگر $k > 1$ نمودار در جهت افقی منقبض می‌شود.	طول نقاط در $\frac{1}{k}$ ضرب می‌شود.		$y = f(kx)$

۰/۷۵ نمره	دی ۹۷	<p>با استفاده از نمودار تابع f نمودار تابع $y = f\left(\frac{x}{2}\right) - 2$ را رسم کنید.</p>	۱
۰/۵ نمره	خرداد ۹۸	<p>با استفاده از نمودار تابع $y = f(x)$ ، نمودار $y = \frac{1}{2}f(4x)$ را رسم کنید.</p>	۲
۰/۵ نمره	تیر ۹۸	<p>با استفاده از نمودار تابع f نمودار تابع $y = f\left(\frac{x}{2}\right) - 1$ را رسم کنید.</p>	۳
۰/۵ نمره	شهریور ۹۸	<p>نمودار تابع $y = f(x)$ ، به صورت زیر است. با استفاده از آن نمودار $y = -2f\left(\frac{1}{3}x\right)$ را رسم کنید.</p>	۴
۰/۲۵ نمره	دی ۹۸	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. برد تابع با ضابطه‌ی $y = kf(x)$ همان برد تابع $y = f(x)$ است.</p>	۵

۰/۲۵ نمره	۹۹ خرداد	<p>۶ نمودار تابع $y = f(x)$ در شکل زیر رسم شده است.</p> <p>الف: نمودار تابع $y = 3f\left(\frac{1}{3}x\right)$ را رسم کنید.</p> <p>ب: دامنه‌ی تابع $y = 3f\left(\frac{1}{3}x\right)$ را تعیین کنید.</p>
۰/۲۵ نمره	۹۹ خرداد	<p>۷ در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید.</p> <p>الف: اگر برد تابع f برابر $[-1, 4]$ باشد، آنگاه برد تابع $y = 2f(x)$ برابر با است.</p>
۰/۲۵ نمره	۹۹ خرداد	<p>۸ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.</p> <p>دامنه‌ی تابع با ضابطه‌ی $y = -k f\left(\frac{x}{2}\right)$ همان دامنه‌ی تابع $y = -k f(x)$ می باشد.</p>
۰/۲۵ نمره	۹۹ شهریور	<p>۹ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.</p> <p>دامنه‌ی تابع با ضابطه‌ی $y = k f(x)$ همان دامنه‌ی تابع $y = f(x)$ است.</p>
۰/۵ نمره	۹۹ شهریور	<p>۱۰ نمودار تابع $y = f(x)$ در شکل زیر است. نمودار تابع $y = \frac{1}{3} f(2x)$ را رسم کنید.</p>
۰/۲۵ نمره	۹۹ دی	<p>۱۱ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.</p> <p>دامنه‌ی تابع با ضابطه‌ی $y = k f(x)$ همان دامنه‌ی تابع $y = f(x)$ است.</p>

نمره ۰/۷۵	خرداد ۱۴۰۰	<p>۱۲ با توجه به نمودار تابع $y = f(x)$، نمودار تابع $y = f(-x) + 2$ را رسم کنید.</p>	۱۲
نمره ۰/۷۵	شهریور ۱۴۰۰	<p>۱۳ نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x^2 - 2x + 1$ را ابتدا دو واحد به سمت پایین، سپس یک واحد به سمت چپ و در مرحله‌ی آخر نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم. ضابطه‌ی نمودار تابع را در هر مرحله بنویسید.</p>	۱۳

درس ۳: تابع وارون

تابع f را یک به یک می‌نامند هرگاه:

$$f(x_1) = f(x_2) \rightarrow x_1 = x_2$$

هر دو تابع g و f را وارون همدیگر می‌نامند، هرگاه $(fog)(x) = x$ و $(gof)(x) = x$

برای تعیین وارون یک تابع وارون پذیر، ابتدا متغیر x را به y و برعکس تبدیل می‌کنیم و سپس متغیر y را بر حسب x محاسبه می‌کنیم.

توجه داشته باشید که اگر تابع f معکوس پذیر باشد، معکوس آن را با f^{-1} نمایش می‌دهند.

با توجه به مفهوم تابع معکوس به سهولت نتیجه می‌شود که:

الف) تابعی معکوس پذیر است، هرگاه یک به یک باشد.

ب) دامنه‌ی تابع f^{-1} برابر برد تابع f است. $(D_{f^{-1}} = R_f)$

ج) برد تابع f^{-1} برابر دامنه‌ی تابع f است. $(R_{f^{-1}} = D_f)$

د) نمودار هر تابع معکوس پذیر با نمودار معکوس آن نسبت به خط نیمساز ربع اول و سوم $(y = x)$ متقارن هستند.

نمره ۰/۷۵	دی ۹۷	<p>۱ اگر $f(x) = \frac{1}{8}x - 3$ و $g(x) = x^3$ باشد. مقدار $(g^{-1} \circ f^{-1})(5)$ را به دست آورید.</p>	۱
نمره ۱	تیر ۹۸	<p>۲ اگر $f(x) = \frac{1}{8}x - 3$ و $g(x) = x^3$ باشد. مقدار $(g^{-1} \circ f^{-1})(5)$ را بدست آورید.</p>	۲

۱ نمره	شهریور ۹۸	اگر $f(x) = \frac{1}{8}x - 3$ و $g(x) = x^3$ باشد. مقدار $(g^{-1} \circ f^{-1})(5)$ را به دست آورید. (این سؤال سه بار تکرار شده است.)	۳
۰/۵ نمره	دی ۹۸	با محدود کردن دامنه‌ی تابع $f(x) = x^2 - 5$ تابعی وارون پذیر بسازید. دامنه‌ی تابع جدید را بنویسید.	۴
۱ نمره	دی ۹۸	نشان دهید که توابع $f(x) = 3x - 4$ و $g(x) = \frac{x+4}{3}$ وارون یکدیگرند.	۵
۱/۲۵ نمره	خرداد ۹۹ خ	الف: وارون تابع $y = \sqrt{x+2}$ را به دست آورید. ب: با محدود کردن دامنه‌ی تابع $f(x) = x^2 - 4x + 5$ یک تابع یک به یک به دست آورید.	۶
۱/۲۵ نمره	خرداد ۹۹ خ	نشان دهید توابع $f(x) = \frac{-8x+3}{2}$ و $g(x) = \frac{3-2x}{8}$ وارون یکدیگرند.	۷
۱ نمره	شهریور ۹۹	ضابطه‌ی وارون تابع $f(x) = -\frac{7}{2}x - 3$ را به دست آورید.	۸
۱ نمره	دی ۹۹	ضابطه‌ی وارون تابع $g(x) = -5 - \sqrt{3x+1}$ را به دست آورید.	۹
۰/۲۵ نمره	شهریور ۱۴۰۰	درستی یا نادرستی گزاره‌ی زیر را مشخص کنید. دو تابع با ضابطه‌های $f(x) = x^3$ و $g(x) = \sqrt[3]{x}$ وارون یکدیگرند.	۱۰
۰/۲۵ نمره	دی ۱۴۰۰	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. دو تابع $f(x) = -\frac{7}{2}x - 3$ و $g(x) = -\frac{2x+7}{6}$ وارون یکدیگرند.	۱۱

تهیه کننده: جابر عامری

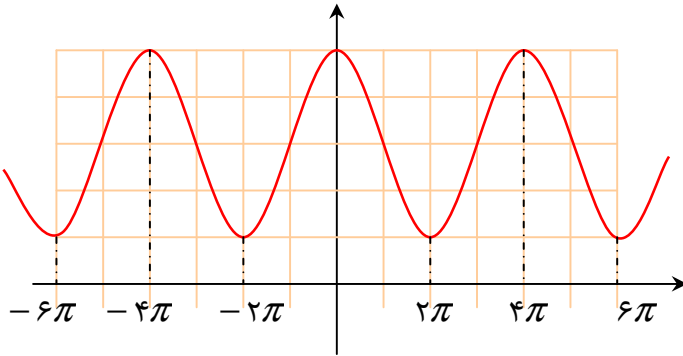
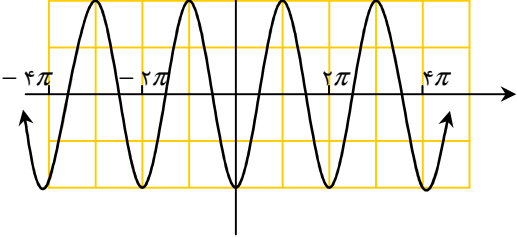
عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه استان خوزستان

((فصل دوّم : مثلثات))

درس ۱ : توابع متناوب

۱ نمره	دی ۹۷	دوره‌ی تناوب و مقادیر ماکزیمم و می نیمم تابع $y = 2 - 3 \sin 4x$ را به دست آورید.	۱
۰/۵ نمره	خرداد ۹۸	مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = 1 - 2 \sin(-\frac{\pi}{3}x)$ را به دست آورید.	۲
۰/۷۵ نمره	تیر ۹۸	دوره‌ی تناوب و مقادیر ماکزیمم و می نیمم تابع $y = 2 \cos(3\pi x) - 1$ را بدست آورید.	۳
۱ نمره	شهریور ۹۸	دوره‌ی تناوب و مقادیر ماکزیمم و می نیمم تابع $y = -3 \cos(2\pi x) + 1$ را بدست آورید.	۴
۱/۲۵ نمره	دی ۹۸	دوره‌ی تناوب و مقادیر ماکزیمم و می نیمم تابع زیر را بدست آورید. (راه حل نوشته شود). $y = -\pi \sin(\frac{x}{2}) - 2$	۵
۰/۷۵ نمره	خرداد ۹۹	دوره‌ی تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع زیر را به دست آورید. $y = \sqrt{3} - \cos \frac{\pi}{2}x$	۶
۰/۲۵ نمره	خرداد ۹۹ خ	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. مقدار می نیمم تابع $y = 3 \sin(2x) - 2$ برابر ۵- است	۷
۱ نمره	خرداد ۹۹ خ	اگر در یک تابع مثلثاتی دوره‌ی تناوب 4π و مقدار ماکزیمم ۱- و مقدار می نیمم ۷- باشد، تابع سینوسی آن را بنویسید.	۸
۱/۲۵ نمره	خرداد ۹۹ خ	دوره‌ی تناوب و مقادیر ماکزیمم و می نیمم تابع مقابل را به دست آورید. $y = 3 \sin(2x) - 2$	۹

سئوالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل دوم درس ریاضی ۳ پایه ی دوازدهم رشته ی علوم تجربی

شهریور ۹۹ نمره ۱/۲۵	دوره ی تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع زیر را به دست آورید. (راه حل نوشته شود). $y = \pi \sin(-x) + 1$	۱۰
دی ۹۹ نمره ۱/۲۵	دوره ی تناوب ماکزیمم و می نیمم تابع زیر را به دست آورید. (راه حل نوشته شود). $y = 8 \cos\left(\frac{x}{3}\right)$	۱۱
نمره ۱ خرداد ۱۴۰۰	نمودار زیر مربوط به تابعی با ضابطه ی $y = a \cos bx + c$ است. با توجه به نمودار، ضابطه ی آن را مشخص کنید. 	۱۲
شهریور ۱۴۰۰ نمره ۱	معادله ی یک تابع سینوسی $y = a \sin bx + c$ را بنویسید که مقدار ماکزیمم آن ۵ و مقدار می نیمم آن -۱ و دوره ی تناوب آن 8π است.	۱۳
دی ۱۴۰۰ نمره ۱/۵	نمودار زیر برای تابعی با ضابطه $f(x) = a \cos bx + c$ است. با دقت به شکل نمودار و تشخیص دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع، ضابطه ی آن مشخص کنید. 	۱۴
تابع تانژانت		
دی ۹۷ نمره ۱	دامنه ی تابع $f(x) = \tan(2x)$ را به دست آورید.	۱

تهیه کننده: جابر عامری دبیر ریاضی و عضو گروه ریاضی متوسطه‌ی دوم استان خوزستان

۲۵/۰ نمره	۹۸ خرداد	درستی یا نادرستی عبارت زیر را بنویسید. دوره‌ی تناوب تابع $y = \tan x$ برابر با 2π است. (درست، نادرست)	۲
۲۵/۰ نمره	۹۸ شهریور	درستی یا نادرستی عبارت زیر را بنویسید. دامنه‌ی تابع $f(x) = \tan(x)$ برابر $\{x \mid x \in R, x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}\}$ است.	۳
۲۵/۰ نمره	۹۸ دی	در جای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. دوره‌ی تناوب اصلی تابع $y = \tan x$ برابر است.	۴
۲۵/۰ نمره	۹۹ خرداد	در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. برد تابع $y = \tan x$ برابر است.	۵
۲۵/۰ نمره	۹۹ خرداد	در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. دوره‌ی تناوب اصلی $y = \tan \alpha$ برابر می باشد.	۶
۲۵/۰ نمره	۹۹ خرداد	در جای خالی عبارات مناسب قرار دهید. تابع تانژانت در هر بازه که در آن تعریف شده باشد است.	۷
۲۵/۰ نمره	۹۹ شهریور	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. برد تابع $f(x) = \tan x$ برابر بازه‌ی $[-1, 1]$ است.	۸

روابط مثلثاتی

۷۵/۰ نمره	۹۸ شهریور	مقدار $\sin(22/5)^\circ$ را به دست آورید.	۱
۵/۰ نمره	۹۹ خرداد	اگر $\cos \alpha = \frac{5}{13}$ و α زاویه‌ی حاده باشد، $\cos 2\alpha$ را به دست آورید.	۲
۱ نمره	۹۹ خرداد	مقدار $\sin(15)^\circ$ را به دست آورید.	۳

سئوالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل دوم درس ریاضی ۳ پایه‌ی دوازدهم رشته‌ی علوم تجربی

۴	مقدار $\sin 15^\circ$ را بیابید.	شهریور ۹۹	۱ نمره
۵	مقدار عددی $\sin 15^\circ$ را محاسبه کنید.	دی ۹۹	۰/۵ نمره
۶	حاصل عبارت $4 \sin x \cos x \cos 2x$ را به ازای $x = (\pi/5)^\circ$ را محاسبه نمایید.	شهریور ۱۴۰۰	۱ نمره

درس ۲: معادلات مثلثاتی

۱	معادله‌ی مثلثاتی $\sin x - \cos 2x = 0$ را حل کنید.	دی ۹۷	۱ نمره
۲	معادله‌ی مثلثاتی $\cos 2x - \sin x = 0$ را حل کرده و جواب های کلی آن را بنویسید.	خرداد ۹۸	۱/۲۵ نمره
۳	معادله‌ی مثلثاتی $2 \sin x + \sqrt{2} = \sqrt{8}$ را حل کنید.	تیر ۹۸	۱/۲۵ نمره
۴	معادله‌ی مثلثاتی $\sin x \cos x = \frac{\sqrt{2}}{4}$ را حل کرده و جواب های کلی آن را بنویسید.	شهریور ۹۸	۱ نمره
۵	معادله‌ی مثلثاتی $\cos 2x - \cos x + 1 = 0$ را حل کنید.	دی ۹۸	۱/۵ نمره
۶	معادله‌ی مثلثاتی $\cos x(2 \cos x - 9) = 5$ را حل کنید.	خرداد ۹۹	۱ نمره
۷	معادله‌ی مثلثاتی مقابل را حل کنید. $2 \sin 3x - \sqrt{2} = 0$	خرداد ۹۹ خ	۱ نمره

تهیه کننده : جابر عامری دبیر ریاضی و عضو گروه ریاضی متوسطه‌ی دوم استان خوزستان

۱۷۵ - نمره	خرداد ۹۹ خ	جواب های معادله $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ را به دست آورید.	۸
۱/۵ نمره	شهریور ۹۹	معادله‌ی مثلثاتی $\cos^2 x - \sin x = \frac{1}{4}$ را حل کنید.	۹
۱/۲۵ نمره	دی ۹۹	معادله‌ی مثلثاتی $\sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{4}$ را حل کنید.	۱۰
۱ نمره	خرداد ۱۴۰۰	معادله‌ی مثلثاتی $\sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{4}$ را حل کنید.	۱۱
۱ نمره	شهریور ۱۴۰۰	مثلثی با مساحت $8\sqrt{2}$ سانتی متر مربع مفروض است. اگر اندازه‌ی دو ضلع این مثلث به ترتیب ۴ و ۸ سانتی متر باشند، آنگاه چند مثلث با این خاصیت ها می توان ساخت؟	۱۲
۱/۵ نمره	دی ۱۴۰۰	معادله‌ی مثلثاتی $\cos 2x - \sin x + 1 = 1$ را حل کنید.	۱۳

تهیه کننده : جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه استان خوزستان

فصل سوّم

((حد بی نهایت و حد در بینهایت))

درس ۱ : حد بی نهایت

تقسیم چند جمله ای ها

۲۵ / شماره	دی ۹۸	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. چند جمله ای $f(x) = 2x^3 + 5x^2 - 3x - 10$ بر دو جمله ای $x + 2$ بخش پذیر است.	۱
۲۵ / شماره	خرداد ۹۹ خ	در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. باقی مانده‌ی تقسیم $f(x) = 2x^2 - 5x + 1$ بر $x - 3$ برابر با است.	۲
۲۵ / شماره	دی ۹۹	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. در تقسیم چند جمله ای $P(x)$ بر $x - a$ ، باقی مانده برابر $P(a)$ است.	۳
۲۵ / شماره	دی ۱۴۰۰	در جای خالی عبارت ریاضی مناسب را انتخاب کنید. چند جمله ای $p(x) = 2x^3 + x^2 + 1$ بر دو جمله ای بخش پذیر است. $((x+1) , (x-1))$	۴

حدهای مبهم

۲۵ / شماره	دی ۹۷	حد زیر را حساب کنید. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{x+1} - 2}$	۱
۲۵ / شماره	خرداد ۹۸	حد تابع زیر را در صورت وجود به دست آورید. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{(x-1)(x+2)}$	۲

سئوالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل سوم درس ریاضی ۳ پایه‌ی دوازدهم رشته‌ی علوم تجربی

نمره ۱/۲۵	تیر ۹۸	حد تابع زیر را در صورت وجود به دست آورید. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{2 - \sqrt{x+1}}$	۳
نمره ۱/۲۵	شهریور ۹۸	حد زیر را حساب کنید. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{x^2 - 16}$	۴
نمره ۱/۲۵	دی ۹۸	حد تابع زیر را در صورت وجود به دست آورید. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x + \sqrt{2x+3}}$	۵
نمره ۱	خرداد ۹۹	حد تابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x - \sqrt{x+6}}$	۶
نمره ۱	خرداد ۹۹ خ	حد تابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{2 - \sqrt{x+1}}$	۷
نمره ۱	شهریور ۹۹	حد تابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{2 - \sqrt{x+1}}$	۸
نمره ۱	دی ۹۹	حد تابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2 - \sqrt{x-1}}{x-5}$	۹
نمره ۰/۲۵	خرداد ۱۴۰۰	حد تابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2 - \sqrt{x-1}}{x-5}$	۱۰
نمره ۱	شهریور ۱۴۰۰	حد تابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{x^2 + x - 2}$	۱۱

تهیه کننده: جابر عامری دبیر ریاضی و عضو گروه ریاضی متوسطه‌ی دوم استان خوزستان

نمره ۱	دی ۱۴۰۰	حد تابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2x^2 - x}{4x^2 - 1}$	۱۲
--------	---------	--	----

حد بی نهایت

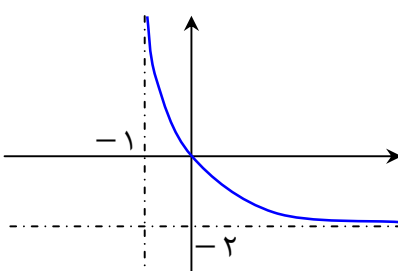
نمره ۰/۵	دی ۹۷	حد تابع زیر را به دست آورید. $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x] - 3}{x - 3}$	۱
نمره ۰/۷۵	خرداد ۹۸	حد تابع زیر را در صورت وجود به دست آورید. $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{[x]}{\sin x}$	۲
نمره ۰/۵	تیر ۹۸	حد تابع زیر را در صورت وجود به دست آورید. $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x}{1 - x^2}$	۳
نمره ۰/۵	شهریور ۹۸	حد تابع زیر را در صورت وجود به دست آورید. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{1 - \cos x}$	۴
نمره ۰/۵	دی ۹۸	حد تابع زیر را در صورت وجود به دست آورید. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2}{ x - 3 }$	۵
نمره ۰/۷۵	خرداد ۹۹	حد تابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x] - 3}{x - 3}$	۶
نمره ۰/۵	خرداد ۹۹ خ	حد زیر را حساب کنید. $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{-3x}{x^2 - 4}$	۷
نمره ۱/۵	خرداد ۹۹ خ	حد توابع زیر در صورت وجود به دست آورید. الف) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} \frac{[x]}{ 3x + 1 }$ ب) $\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{2x}{x - 5}$	۸

سئوالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل سوم درس ریاضی ۳ پایه‌ی دوازدهم رشته‌ی علوم تجربی

شهریور ۹۹ نمره ۰/۵	حد تابع زیر را در صورت صورت وجود محاسبه کنید. $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{[x] - 3}{ 2x - 1 }$	۹
دی ۹۹ نمره ۰/۵	حد تابع زیر را در صورت صورت وجود محاسبه کنید. $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x] - 3}{x - 3}$	۱۰
خرداد ۱۴۰۰ نمره ۰/۷۵	حد تابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. $\lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{3})} \frac{[x]}{ 3x + 1 }$	۱۱
شهریور ۱۴۰۰ نمره ۰/۵	حد تابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \tan x$	۱۲
دی ۱۴۰۰ نمره ۰/۷۵	حد تابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + 1}{\sin^2 x}$	۱۳

درس ۲: حد در بی نهایت

دی ۹۷ نمره ۰/۲۵	جای خالی را کامل کنید. حد تابع زیر وقتی $x \rightarrow -\infty$ برابر است. $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & x > 0 \\ \frac{5x^2 - 3x}{-x^2 + 1} & x \leq 0 \end{cases}$	۱
--------------------	--	---

۰/۵ نمره	۹۸ خرداد	با استفاده از نمودار تابع $y = f(x)$ ، حدهای خواسته شده را بنویسید. الف) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$ ب) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) =$	۲
			
۰/۲۵ نمره	۹۸ شهریور	در جای خالی عبارت مناسب را بنویسید. حد تابع $f(x) = \frac{-3x^7 + 5x^2}{2x^3 + 9}$ وقتی $x \rightarrow -\infty$ میل می کند، برابر می باشد.	۳
۰/۲۵ نمره	۹۹ خرداد	در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. حد تابع $f(x) = \frac{5x + 4}{x^3 + x - 8}$ وقتی که $x \rightarrow -\infty$ برابر است.	۴
۱ نمره	۹۹ خرداد خ	حد های زیر را حساب کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{2x - 3}$ ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - 1}{3x - 1}$	۵
۰/۵ نمره	۹۹ خرداد خ	حد تابع زیر در صورت وجود به دست آورید. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(9 + \frac{7}{x^2} \right)$	۶
۰/۵ نمره	۹۹ شهریور	حد تابع زیر در صورت وجود به دست آورید. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 - 5x + 1}{6x^3 - 11x^2 - 3}$	۷
۰/۵ نمره	۱۴۰۰ خرداد	حد تابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 + \frac{1}{x^2}}{\frac{4}{x} - 5}$	۸

شماره ۱۴۰۰	شهر شهریور	حد تابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x^7 + 5x^2}{2x^3 + 9}$	۹
---------------	---------------	--	---

تهیه کننده : جابر عامری
عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه استان خوزستان

((فصل چهارم : مشتق))

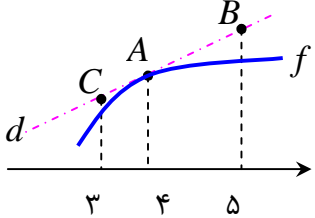
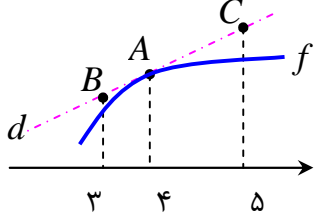


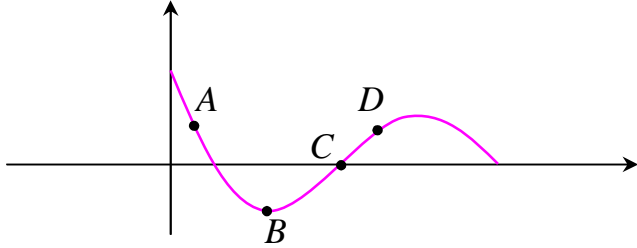
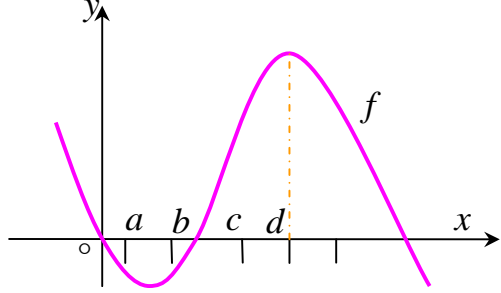
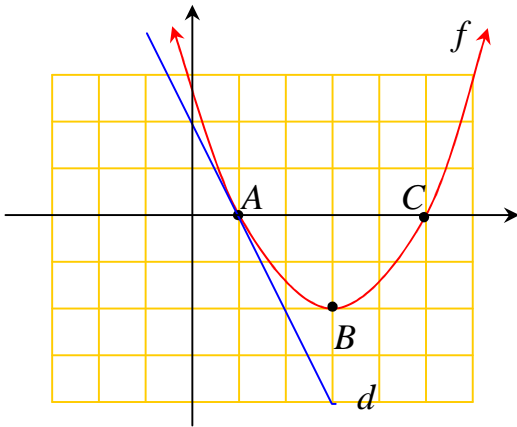
درس ۱ : آشنایی با مفهوم مشتق

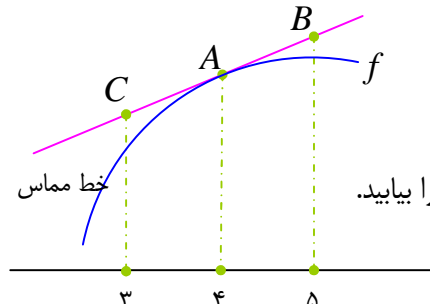
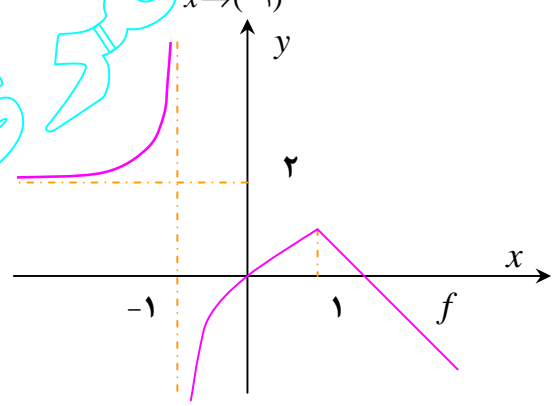
تعریف مشتق

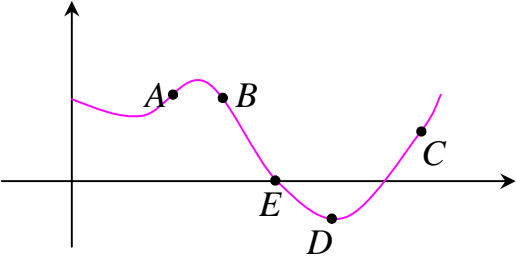
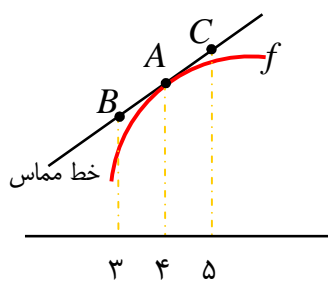
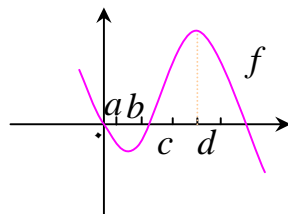
۱/۲۵ نمره	دی ۹۷	اگر $f(x) = 1 - 2x^2$ باشد. $f'(-1)$ را با استفاده از تعریف مشتق بدست آورید.	۱
۱ نمره	خرداد ۹۸	مشتق تابع $f(x) = x^3 - 2$ را با استفاده از تعریف مشتق در نقطه‌ای به طول $x = -1$ به دست آورید.	۲

تعبیر هندسی مشتق

۰/۷۵ نمره	دی ۹۷	<p>در شکل مقابل ، خط d بر نمودار تابع f در نقطه‌ی A مماس شده است. اگر $f'(4) = 1/5$ و $f(4) = 24$ با توجه به شکل، مختصات نقاط A و B و C را بیابید.</p> 	۱
۱ نمره	تیر ۹۸	<p>در شکل مقابل ، خط d بر نمودار تابع f در نقطه‌ی A مماس شده است. اگر $f'(4) = 1/5$ و $f(4) = 25$ با توجه به شکل، مختصات نقاط A و B و C را بیابید.</p> 	۲

<p>شهریور ۹۸ نمره ۱</p>	<p>نقاط داده شده روی منحنی را با شیب های ارائه شده در جدول نظیر کنید.</p> <table border="1" data-bbox="502 358 1101 504"> <tr> <td>شیب</td> <td>۱</td> <td>۰</td> <td>$\frac{1}{2}$</td> <td>-۲</td> </tr> <tr> <td>نقطه</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> 	شیب	۱	۰	$\frac{1}{2}$	-۲	نقطه					<p>نمره ۱ دی ۹۸</p>	<p>با در نظر گرفتن نمودار f در شکل، نقاط به طول های a و b و c و d را با مشتق های داده شده در جدول نظیر کنید.</p> <table border="1" data-bbox="430 940 678 1220"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>$f'(x)$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td>۰</td> </tr> <tr> <td></td> <td>۰/۵</td> </tr> <tr> <td></td> <td>۲</td> </tr> <tr> <td></td> <td>-۰/۵</td> </tr> </tbody> </table> 	x	$f'(x)$		۰		۰/۵		۲		-۰/۵	<p>نمره ۱ خرداد ۹۹</p>	<p>در نمودار مقابل خط d در نقطه ی $x=1$ بر نمودار f مماس شده است. الف : مشتق تابع f را در نقطه ی $x=1$ محاسبه کنید. ب : شیب نمودار را در نقاط B و C مقایسه کنید.</p> 
شیب	۱	۰	$\frac{1}{2}$	-۲																					
نقطه																									
x	$f'(x)$																								
	۰																								
	۰/۵																								
	۲																								
	-۰/۵																								

۱۳۵ نمره	خرداد ۹۹	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. تابع $f(x) = x^3 - 3x$ در بازه‌ی $(-1, 1)$ اکیداً صعودی است.</p>	۶
۱ نمره	خرداد ۹۹ خ	<p>اگر $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$ باشد، $f'(2)$ را به دست آورید و معادله‌ی خط مماس بر منحنی تابع f را در نقطه‌ی ای به طول ۲ واقع بر آن بنویسید.</p>	۷
۱ نمره	شهریور ۹۹	<p>برای تابع f در شکل روبرو داریم:</p>  <p>$f(4) = 25$ و $f'(4) = \frac{3}{2}$</p> <p>با توجه به شکل مختصات نقاط A و B و C را بیابید.</p>	۸
۱ نمره	شهریور ۹۹	<p>با توجه به نمودار $y = f(x)$</p>  <p>الف: حدود خواسته شده را بنویسید.</p> <p>۱) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ۲) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$</p> <p>ب: تابع $y = f(x)$ در کدام نقطه یا نقاط مشخص شده، مشتق پذیر نیست.</p>	۹

انمره ۱	دی ۹۹	<p>نقاط داده شده روی منحنی زیر را با شیب های ارائه شده در جدول نظیر کنید. (یک نقطه اضافی است).</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>شیب</th> <th>نقطه</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>-۳</td> <td></td> </tr> <tr> <td>-۱</td> <td></td> </tr> <tr> <td>۰</td> <td></td> </tr> <tr> <td>۱</td> <td></td> </tr> </tbody> </table> 	شیب	نقطه	-۳		-۱		۰		۱		۱۰
شیب	نقطه												
-۳													
-۱													
۰													
۱													
انمره ۱	خرداد ۱۴۰۰	<p>برای تابع f در شکل روبرو داریم، $f'(۴) = ۱/۵$ و $f(۴) = ۲۴$ با توجه به شکل، مختصات B و C را بیابید.</p> 	۱۱										
انمره ۱	شهریور ۱۴۰۰	<p>با در نظر گرفتن نمودار تابع f در شکل زیر، نقاط به طول های a و b و c و d را با مشتق های داده در جدول نظیر کنید.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>$f'(x)$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td>۰</td> </tr> <tr> <td></td> <td>۰/۵</td> </tr> <tr> <td></td> <td>۲</td> </tr> <tr> <td></td> <td>-۰/۵</td> </tr> </tbody> </table> 	x	$f'(x)$		۰		۰/۵		۲		-۰/۵	۱۲
x	$f'(x)$												
	۰												
	۰/۵												
	۲												
	-۰/۵												

فرمول های مشتق گیری

انمره ۰/۷۵	دی ۹۷	<p>اگر $f'(۲) = ۳$ و $g'(۲) = ۵$ باشد. آنگاه حاصل عبارت $(۲g - f)'(۲)$ برابر است.</p>	۱
انمره ۲	دی ۹۷	<p>مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن لازم نیست).</p> <p>الف) $f(x) = \left(\frac{x}{2x-1}\right)^5$</p> <p>ب) $g(x) = x^2 \sqrt{x+1}$</p>	۲

تهیه کننده : جابر عامری دبیر ریاضی و عضو گروه ریاضی متوسطه‌ی دوم استان خوزستان

۱/۵ نمره	خرداد ۹۸	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن لازم نیست). الف) $f(x) = (x^4 - 3x)^5$ ب) $g(x) = \frac{\sqrt{x}}{1-x}$	۳
۲ نمره	تیر ۹۸	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن لازم نیست). الف) $f(x) = (x^2 + 2x + 1)^5$ ب) $g(x) = \frac{5x^2 - x}{\sqrt{x}}$	۴
۱/۵ نمره	شهریور ۹۸	مشتق تابع $y = \frac{1}{x}(2\sqrt{x} - 1)^4$ را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست).	۵
۱/۷۵ نمره	دی ۹۸	مشتق تابع های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست). الف) $f(x) = (x^2 + 1)^3(5x - 1)$ ب) $g(x) = \frac{9x - 2}{\sqrt{x}}$	۶
۱/۷۵ نمره	خرداد ۹۹	مشتق تابع های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست). الف) $f(x) = \left(\frac{-3x+1}{x^2+5}\right)^8$ ب) $g(x) = \left(\frac{1}{x}\right)(\sqrt{3x+2})$	۷
۲/۲۵ نمره	خرداد ۹۹ خ	مشتق توابع زیر را بدست آورید. (ساده کردن الزامی نیست). الف) $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 1}{-3x + 1}$ ب) $f(x) = (x^2 + 1)^3(5x - 1)$	۸
۱ نمره	خرداد ۹۹ خ	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن الزامی نیست). الف) $f(x) = \left(\frac{-3x-1}{x^2+5}\right)^8$ ب) $f(x) = \sqrt{5x+3}$	۹
۱/۷۵ نمره	شهریور ۹۹	مشتق تابع های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست). الف) $f(x) = \frac{3x+1}{\sqrt{x}}$ ب) $g(x) = \left(\frac{1}{x}\right)(x^2 + 5x)^7$	۱۰
۱/۵ نمره	دی ۹۹	مشتق تابع های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست). الف) $f(x) = \left(\frac{x^2}{3x+1}\right)^5$ ب) $g(x) = (\sqrt{3x+2})(x^3 + 1)$	۱۱

سؤالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل چهارم درس ریاضی ۳ پایه‌ی دوازدهم رشته‌ی علوم تجربی

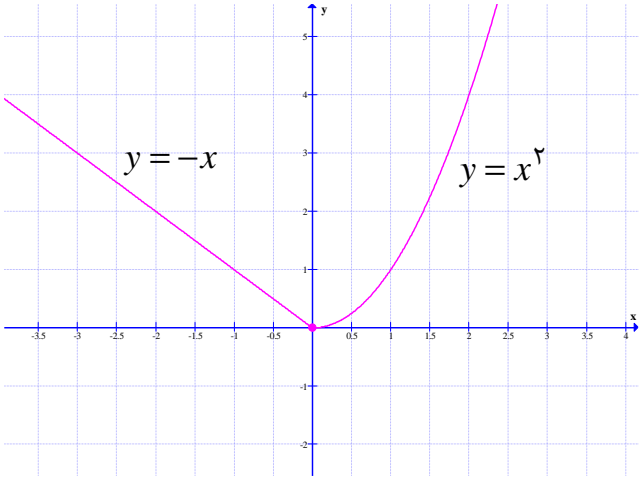
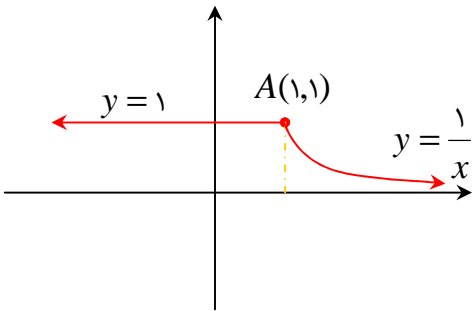
نمره ۱/۵	خرداد ۱۴۰۰	مشتق تابع های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست). الف) $f(x) = \frac{9x-2}{\sqrt{x}}$ ب) $g(x) = (3x^2 - 4)(2x - 5)^3$	۱۲
نمره ۱/۵	شهریور ۱۴۰۰	مشتق تابع های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست). الف) $f(x) = (x^2 + 2x + 1)^5$ ب) $g(x) = \frac{x}{\sqrt{3x+2}}$	۱۳
نمره ۱/۷۵	دی ۱۴۰۰	مشتق تابع های زیر را به دست آورید. الف) $f(x) = (x^2 + 2x - 1)^5$ ب) $g(x) = (\sqrt{3x+2})(x^2 + 1)$	۱۴
نمره ۰/۷۵	دی ۱۴۰۰	اگر توابع f و g مشتق پذیر باشند و $f'(1) = 3$ و $g'(1) = 5$ ، مقادیر $(3f + 2g)'(1)$ را به دست آورید.	۱۵

درس ۲: مشتق پذیری و پیوستگی

نمره ۱/۵	خرداد ۹۸	تابع $f(x) = \begin{cases} 2x-1 & x < 0 \\ x^2-1 & x \geq 0 \end{cases}$ را در نظر بگیرید. الف: نشان دهید $f'(0)$ وجود ندارد. ب: ضابطه‌ی تابع مشتق را بنویسید. ج: نمودار تابع f' را رسم کنید.	۱
نمره ۱/۵	شهریور ۹۸	مشتق پذیری تابع زیر را در نقطه‌ی $x = 1$ بررسی کنید. $f(x) = \begin{cases} x^2 + x & x \geq 1 \\ 3x - 1 & x < 1 \end{cases}$	۲
نمره ۱/۲۵	دی ۹۸	اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 & x < 0 \\ x & x \geq 0 \end{cases}$ نشان دهید که $f'_+(0)$ و $f'_-(0)$ موجودند ولی $f'(0)$ موجود نیست.	۳
نمره ۰/۲۵	خرداد ۹۹	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. اگر تابع f در $x = a$ پیوسته باشد، آنگاه f در a مشتق پذیر است.	۴

تهیه کننده: جابر عامری دبیر ریاضی و عضو گروه ریاضی متوسطه‌ی دوم استان خوزستان

۰/۲۵ نمره	۹۹ خرداد	در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. تابع $f(x) = \sqrt[3]{x}$ در $x=0$ مشتق پذیر نیست. خط $x=0$ را منحنی می نامیم.	۵
۱/۲۵ نمره	۹۹ خرداد	به کمک تعریف مشتق، مشتق پذیری تابع $f(x) = x^2 - 4 $ را در نقطه‌ی $x = -2$ بررسی کنید.	۶
۰/۲۵ نمره	۹۹ خرداد	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. الف: تابع $f(x) = \sqrt[3]{x}$ در نقطه‌ی $x=0$ مماس قائم دارد. ب: اگر تابع f پیوسته باشد، لزوماً مشتق پذیر است.	۷
۰/۷۵ نمره	۹۹ خرداد	اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq 0 \\ x & x > 0 \end{cases}$ باشد، نشان دهید $f'(0)$ موجود نیست.	۸
۱ نمره	۹۹ خرداد	مشتق پذیری تابع زیر را در نقطه‌ی $x=1$ بررسی کنید. $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & x \geq 1 \\ 2x & x < 1 \end{cases}$	۹
۰/۲۵ نمره	۹۹ شهریور	در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. اگر تابع f در $x=a$ مشتق پذیر باشد، آنگاه f در a ، است.	۱۰
۱/۵ نمره	۹۹ شهریور	تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ 2x+1 & x < 0 \end{cases}$ داده شده است. الف: نشان دهید که $f'(0)$ وجود ندارد. ب: ضابطه‌ی تابع مشتق را بنویسید. پ: نمودار تابع f' را رسم کنید.	۱۱
۰/۲۵ نمره	۹۹ دی	در جای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. اگر $h(x) = 3x^4 + 2x^2 - 1$ باشد، آنگاه $h''(1)$ برابر است.	۱۲

<p>۱/۲۵ نمره</p>	<p>دی ۹۹</p>	<p>با محاسبه‌ی مشتق چپ و راست تابع داده شده در نقطه‌ی ، نشان دهید این تابع در نقطه‌ی مشتق پذیر نیست.</p> 	<p>۱۳</p>
<p>۱ نمره</p>	<p>خرداد ۱۴۰۰</p>	<p>با محاسبه‌ی مشتق راست و مشتق چپ تابع f ، در نقطه‌ی A ، نشان دهید که تابع f در نقطه‌ی A ، مشتق پذیر نیست.</p> 	<p>۱۴</p>
<p>۱ نمره</p>	<p>شهریور ۱۴۰۰</p>	<p>اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 & x < 0 \\ x & x \geq 0 \end{cases}$ ، نشان دهید $f'_+(\cdot)$ و $f'_-(\cdot)$ موجودند ولی $f'(\cdot)$ موجود نیست.</p>	<p>۱۵</p>
<p>۱/۵ نمره</p>	<p>دی ۱۴۰۰</p>	<p>مشتق پذیری تابع مقابل را در نقطه‌ی $x = -1$ بررسی کنید.</p> $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & x \geq -1 \\ 2x + 6 & x < -1 \end{cases}$	<p>۱۶</p>

درس ۳: آهنگ تغییر

<p>۱ نمره</p>	<p>دی ۹۷</p>	<p>یک توده‌ی باکتری پس از t ساعت دارای جرم $x(t) = \sqrt{t} + 2t^3$ گرم است. آهنگ تغییر متوسط جرم این توده در بازه‌ی زمانی $[3, 4]$ چقدر است؟</p>	<p>۱</p>
-------------------	--------------	--	----------

تهیه کننده: جابر عامری دبیر ریاضی و عضو گروه ریاضی متوسطه‌ی دوم استان خوزستان

۱ نمره	۹۸ خرداد	معادله‌ی حرکت متحرکی به صورت $f(t) = 2t^2 - t$ ، بر حسب متر داده شده است. تعیین کنید که در چه زمانی، سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط در بازه‌ی زمانی $[0, 4]$ با هم برابرند.	۲
۱/۵ نمره	۹۸ تیر	یک توده‌ی باکتری پس از t ساعت دارای جرم $x(t) = \sqrt{t} + 2t^3$ گرم است. الف) آهنگ تغییر متوسط جرم این توده در بازه‌ی زمانی $[3, 4]$ چقدر است؟ ب) آهنگ رشد جرم توده باکتری در لحظه‌ی $t = 3$ چقدر است؟	۳
۱ نمره	۹۸ شهریور	آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = \sqrt{x} + 2$ را وقتی متغیر از $x_1 = 2$ به $x_2 = 7$ تغییر می‌کند را به دست آورید.	۴
۱ نمره	۹۸ دی	تابع $f(x) = 7\sqrt{x} + 50$ قد متوسط کودکان را بر حسب سانتی متر تا حدود ۶۰ ماهگی نشان می‌دهد. اگر x مدت زمان پس از تولد (بر حسب ماه) باشد، حساب کنید که آهنگ متوسط رشد در بازه‌ی زمانی $[0, 25]$ چقدر است؟	۵
۱/۵ نمره	۹۹ خرداد	یک توده‌ی باکتری پس از t ساعت دارای جرم $m(t) = \sqrt{t} + 2t^3$ گرم است. الف: سرعت افزایش جرم این توده باکتری در بازه‌ی زمانی $1 \leq t \leq 4$ چقدر است؟ ب: آهنگ رشد جرم توده‌ی باکتری در لحظه‌ی $t = 4$ چقدر است؟	۶
۱/۵ نمره	۹۹ خرداد	معادله‌ی حرکت متحرکی به صورت $f(t) = t^2 - t + 10$ بر حسب متر در بازه‌ی زمانی $[0, 5]$ بر حسب ثانیه داده شده است. در کدام لحظه سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط در بازه‌ی زمانی $[0, 5]$ برابر است؟	۷
۱ نمره	۹۹ خرداد	یک توده‌ی باکتری پس از t ساعت دارای جرم، $m(t) = \sqrt{t} + 2t^3$ گرم است. آهنگ رشد جرم این توده‌ی باکتری در لحظه‌ی $t = 1$ چقدر است؟	۸
۱/۵ نمره	۹۹ شهریور	خودرویی در امتداد خط راست، طبق معادله‌ی $d(t) = -5t^2 + 20t$ حرکت می‌کند که در آن $0 \leq t \leq 5$ بر حسب ثانیه است. سرعت لحظه‌ای در $t = 2$ چقدر است؟	۹
۱ نمره	۹۹ دی	معادله‌ی حرکت متحرکی به صورت $f(t) = t^2 - t + 10$ بر حسب متر در بازه‌ی زمانی $[0, 5]$ (بر حسب ثانیه) داده شده است. در کدام لحظه سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط در بازه‌ی زمانی $[0, 5]$ با هم برابرند؟	۱۰

۱/۵ نمره	خرداد ۱۴۰۰	<p>جسمی را از سطح زمین به طور عمودی پرتاب می کنیم. حال اگر جهت حرکت به طرف بالا مثبت در نظر بگیریم و ارتفاع از سطح زمین در هر لحظه، از معادله - $h(t) = -5t^2 + 40t$ ی به دست آید. الف : سرعت متوسط جسم را در بازه ی $[5, 8]$ به دست آورید. ب : مشخص کنید در چه لحظه ای سرعت جسم ۳۵ متر بر ثانیه است؟</p>	۱۱
۱/۵ نمره	شهریور ۱۴۰۰	<p>تابع ضابطه ی $f(x) = 7\sqrt{x} + 50$ متوسط قدر کودکان تا شصت ماهگی را نشان می دهد که در آن x مدت زمان پس از تولد (بر حسب ماه) است. الف) آهنگ تغییر متوسط رشد در بازه ی زمانی $[0, 25]$ چقدر است؟ ب) آهنگ لحظه ای تغییر قد در ۴۹ ماهگی چقدر است؟</p>	۱۲
۱ نمره	دی ۱۴۰۰	<p>معادله ی حرکت متحرکی به صورت $f(t) = t^2 - t + 10$ بر حسب متر در بازه - $[0, 5]$ ی (t بر حسب ثانیه) داده شده است. در کدام لحظه سرعت لحظه ای با سرعت متوسط در بازه ی $[0, 5]$ زمانی با هم برابرند؟</p>	۱۳

تهیه کننده : جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره ی دوم متوسطه استان خوزستان

((فصل پنجم : کاربرد مشتق))



درس ۱ : اکسترمم های تابع

۲ نمره	دی ۹۷	<p>الف : جدول تغییرات تابع $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$ را رسم و نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی آن را مشخص کنید.</p> <p>ب : نقاط بحرانی تابع f و اکسترمم مطلق این تابع را در بازه $[-1, 3]$ مشخص کنید.</p>	۱
۱ نمره	خرداد ۹۸	<p>اگر تابع $f(x) = ax^2 + bx$ در $x = 1$ دارای ماکزیمم نسبی برابر ۷ باشد. مقادیر a و b را به دست آورید.</p>	۲
۱/۲۵ نمره	خرداد ۹۸	<p>اکسترمم های مطلق تابع $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$ را در بازه $[-1, 3]$ به دست آورید.</p>	۳
۲/۵ نمره	تیر ۹۸	<p>الف) جدول تغییرات تابع $f(x) = -2x^3 + 9x^2 - 13$ را رسم و نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی آن را مشخص کنید.</p> <p>ب) اکسترمم های مطلق تابع f در بازه $[-1, 2]$ را تعیین کنید.</p>	۴
۱ نمره	شهریور ۹۸	<p>جدول تغییرات تابع $f(x) = x^3 - 3x + 4$ را رسم کنید و نقاط اکسترمم نسبی آن را در صورت وجود مشخص کنید.</p>	۵
۱ نمره	شهریور ۹۸	<p>اکسترمم های مطلق تابع $g(x) = x^3 + 2x - 5$ را در بازه $[-2, 1]$ در صورت وجود تعیین کنید.</p>	۶
۲ نمره	دی ۹۸	<p>در تابع زیر، ابتدا نقاط بحرانی را به دست آورده و سپس با رسم جدول تغییرات تابع، نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی آن را در صورت وجود مشخص کنید.</p> <p style="text-align: center;">$f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 10$</p>	۷

سؤالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل پنجم درس ریاضی ۳ پایه‌ی دوازدهم رشته‌ی علوم تجربی

۲/۲۵ نمره	خرداد ۹۹	تابع $f(x) = -2x^3 + 3x^2 + 12x - 9$ را در نظر بگیرید. الف: با رسم جدول تغییرات تابع، نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی آن را در صورت وجود مشخص کنید. ب: مقادیر ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق تابع f در بازه‌ی $[0, 3]$ در صورت وجود به دست آورید.	۸
۲ نمره	خرداد ۹۹	اگر نقطه‌ی $(2, 1)$ ، نقطه‌ی اکسترمم نسبی تابع $f(x) = x^3 + bx^2 + d$ باشد، مقادیر d و b را به دست آورید.	۹
۱/۲۵ نمره	خرداد ۹۹	الف: نقطه‌ی بحرانی را تعریف کنید. ب: اگر نقطه‌ی $(2, 1)$ نقطه‌ی اکسترمم نسبی تابع $f(x) = x^3 + bx^2 + d$ باشد، مقادیر d و b را به دست آورید.	۱۰
۱ نمره	خرداد ۹۹	مقادیر ماکزیمم و می نیمم مطلق تابع $f(x) = x^3 + 2x - 5$ را در بازه‌ی $[-2, 1]$ در صورت وجود به دست آید.	۱۱
۰/۲۵ نمره	شهریور ۹۹	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. هر نقطه‌ی اکسترمم نسبی تابع، یک نقطه‌ی بحرانی آن است.	۱۲
۱/۵ نمره	شهریور ۹۹	اکسترمم های مطلق تابع $f(x) = x^3 - 3x + 7$ در بازه‌ی $[-1, 3]$ را در صورت وجود به دست آورید.	۱۳
۱ نمره	شهریور ۹۹	اگر تابع $f(x) = ax^2 + bx$ در $x = 1$ دارای اکسترمم نسبی برابر -3 باشد، مقادیر a و b را بیابید.	۱۴
۲ نمره	دی ۹۹	در تابع زیر، ابتدا نقاط بحرانی تابع را به دست آورید و سپس با رسم جدول تغییرات تابع، نقاط ماکزیمم و می نیمم نسبی آن را در صورت وجود مشخص کنید. $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 10$	۱۵
۰/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۰	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. هر نقطه‌ی اکسترمم نسبی تابع، یک نقطه‌ی بحرانی آن است.	۱۶

تهیه کننده: جابر عامری دبیر ریاضی و عضو گروه ریاضی متوسطه‌ی دوم استان خوزستان

۱۷	در جای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. بزرگترین بازه ای که تابع $f(x) = x^3 - 3x$ در آن اکیداً نزولی است برابر است.	۱۴۰۰ خرداد نمره ۰/۲۵
۱۸	اگر نقطه‌ی $(2,1)$ ، نقطه‌ی اکسترمم نسبی تابع $f(x) = x^3 + bx^2 + d$ باشد، مقادیر b و d را به دست آورید.	۱۴۰۰ خرداد نمره ۱/۵
۱۹	تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x^3 - 3x$ در چه بازه هایی اکیداً صعودی و در کدام بازه اکیداً نزولی است؟	۱۴۰۰ شهریور نمره ۱/۵
۲۰	اکسترمم های مطلق تابع $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$ را در بازه‌ی $[-1, 3]$ مشخص کنید.	۱۴۰۰ دی نمره ۲
۲۱	اگر نقطه‌ی $(2,1)$ نقطه‌ی اکسترمم نسبی تابع $f(x) = x^3 + bx^2 + d$ باشد، مقادیر b و d را به دست آورید.	۱۴۰۰ دی نمره ۱

درس ۲: بهینه سازی

۱	اگر محیط مستطیلی ۲۴ سانتی متر باشد. طول و عرض مستطیل را طوری حساب کنید که مساحت آن ماکزیمم شود.	دی ۹۷ نمره ۱
۲	ورق فلزی مربع شکل به طول یک متر را در نظر بگیرید. می خواهیم از چهار گوشه‌ی آن مربع های کوچکی به ضلع x برش بزنیم و آن ها را کنار بگذاریم. سپس لبه‌ی جعبه را به اندازه‌ی x بر می گردانیم تا یک جعبه‌ی در باز ساخته شود. مقدار x چقدر باشد تا حجم جعبه حداکثر مقدار ممکن گردد.	۱۴۰۰ خرداد نمره ۱/۲۵
۳	اگر بین دو عدد حقیقی y و x رابطه‌ی $10x - y = 5$ باشد. مقادیر y و x را طوری به دست آورید که حاصل ضرب این دو عدد مینیمم گردد.	۹۸ تیر نمره ۱
۴	دو عدد حقیقی a و b را طوری بیابید که داشته باشیم $2a + b = 60$ و حاصل ضرب آنها بیشترین مقدار ممکن گردد.	۹۸ شهریور نمره ۱

سؤالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل پنجم درس ریاضی ۳ پایه‌ی دوازدهم رشته‌ی علوم تجربی

۵	دی ۹۸	دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آنها ۱۰ باشد و حاصل ضربشان کمترین مقدار ممکن گردد.	۱ نمره
۶	خرداد ۹۹	هر صفحه‌ی مستطیل شکل از یک کتاب جیبی، شامل متن با مساحت ۳۲ سانتی متر مربع خواهد بود. هنگام طراحی قطع این کتاب، لازم است حاشیه‌های بالا و پایین هر صفحه ۲ سانتی متر و حاشیه‌های کناری هر کدام یک سانتی متر در نظر گرفته شوند. ابعاد صفحه را طوری تعیین کنید که مساحت هر صفحه از کتاب کمترین مقدار ممکن باشد.	۱/۵ نمره
۷	خرداد ۹۹ خ	نشان دهید در بین تمام مستطیل‌های با محیط ثابت ۱۴ سانتی متر، مستطیلی بیشترین مساحت را دارد که طول و عرض آن هم اندازه باشد.	۱/۲۵ نمره
۸	خرداد ۹۹ خ	ابعاد مستطیلی با بیشترین مساحت را تعیین کنید که دو رأس آن روی محور x ها و دو رأس دیگرش بالای محور x ها و روی سهمی به معادله‌ی $y = 12 - x^2$ باشند.	۱/۵ نمره
۹	شهریور ۹۹	دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آن‌ها ۲۰ باشد و حاصل ضربشان کمترین مقدار ممکن گردد.	۱/۲۵ نمره
۱۰	دی ۹۹	نشان دهید در بین تمام مستطیل‌های با محیط ثابت ۱۴ سانتی متر، مستطیلی بیش‌ترین مساحت را دارد که طول و عرض آن هم اندازه باشد.	۱ نمره
۱۱	خرداد ۱۴۰۰	در بین تمام مستطیل‌هایی با محیط ثابت ۱۴ سانتی متر، طول و عرض مستطیلی با بیشترین مساحت را بیابید.	۱/۵ نمره
۱۲	شهریور ۱۴۰۰	دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آنها ۱۰ باشد و حاصل ضربشان کمترین مقدار ممکن گردد.	۱/۵ نمره

تهیه کننده: جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه استان خوزستان

((فصل ششم : هندسه))



درس ۱ : تفکر تجسمی

۲۵/۰ نمره	۹۸ خرداد	<p>درستی یا نادرستی جمله‌ی زیر را مشخص کنید. شکل حاصل از دوران یک مثلث قائم الزاویه، حول یکی از اضلاع زاویه‌ی قائمه‌ی به صورت مخروط توپر می‌باشد. (درست، نادرست)</p>
۲۵/۰ نمره	۹۸ شهریور	<p>درستی یا نادرستی جمله‌ی زیر را مشخص کنید. اگر صفحه‌ی P در یکی از موقعیت‌ها با مولد سطح مخروطی موازی باشد و از رأس آن عبور نکند، شکل حاصل یک هذلولی است.</p>
۲۵/۰ نمره	۹۸ شهریور	<p>در جای خالی عبارت مناسب بنویسید. شکل حاصل از دوران یک مستطیل حول طول یا عرض آن است.</p>
۲۵/۰ نمره	۹۸ دی	<p>در جای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. شکلی که از برخورد یک صفحه با یک جسم هندسی حاصل می‌شود، آن نامیده می‌شود.</p>
۲۵/۰ نمره	۹۹ خرداد	<p>در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. شکل حاصل از دوران یک نیم دایره حول شعاع عمود بر قطر آن یک است.</p>
۲۵/۰ نمره	۹۹ خرداد	<p>در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. وقتی یک سطح مخروطی توسط یک صفحه به طور عمودی برش داده می‌شود، سطح مقطع یک است.</p>
۲۵/۰ نمره	۹۹ شهریور	<p>عبارت مناسب را انتخاب کنید. اگر صفحه‌ای بر محور سطح مخروطی عمود نباشد و در هیچ حالتی با مولد سطح مخروطی موازی نشود و از رأس نگذرد. شکل حاصل از تقاطع صفحه با سطح مخروطی خواهد بود. (بیضی، سهمی، هذلولی)</p>

بیضی

۱ نمره	دی ۹۷	در یک بیضی قطر بزرگ ۸ و قطر کوچک آن ۶ واحد است. خروج از مرکز این بیضی چقدر است؟	۱
۰/۳۵ نمره	خرداد ۹۸	گزینه‌ی مناسب را از بین گزینه‌های داخل پرانتز انتخاب کنید. هر چه خروج از مرکز بیضی (کوچکتر، بزرگتر) شود. شکل به دایره نزدیکتر خواهد شد.	۲
۱ نمره	خرداد ۹۸	در یک بیضی افقی طول قطر بزرگ ۸ و طول قطر کوچک ۶ واحد است. فاصله‌ی کانونی را به دست آورید.	۳
۱/۵ نمره	تیر ۹۸	کانون‌های یک بیضی نقاط $(۱,۳)$ و $(۱,-۵)$ است. الف) فاصله‌ی کانونی و مختصات مرکز بیضی را به دست آورید. ب) اگر $a = ۶$ باشد، اندازه‌ی قطر کوچک را پیدا کنید.	۴
۰/۷۵ نمره	شهریور ۹۸	اگر در یک بیضی داشته باشیم $a = ۵$ و $b = ۳$ در این صورت اندازه‌ی فاصله‌ی کانونی این بیضی را محاسبه کنید.	۵
۱/۵ نمره	دی ۹۸	کانون‌های یک بیضی $(۱,۳)$ و $(۱,-۵)$ است. الف: فاصله‌ی کانونی و مختصات مرکز بیضی را بنویسید. ب: اگر $a = ۶$ باشد، اندازه‌ی قطر کوچک و خروج از مرکز بیضی را پیدا کنید.	۶
۲ نمره	خرداد ۹۹	کانون‌های یک بیضی نقاط $(۱,۳)$ و $(۱,-۵)$ است. الف: فاصله‌ی کانونی و مختصات مرکز بیضی و معادله‌ی قطر بزرگ بیضی را بنویسید. ب: اگر $a = ۶$ باشد، اندازه‌ی قطر کوچک و خروج از مرکز بیضی را پیدا کنید.	۷
۱/۳۵ نمره	خرداد ۹۹	کانون‌های یک بیضی نقاط $(۱,۳)$ و $(۱,-۵)$ است و اندازه‌ی قطر بزرگ ۱۲ می‌باشد، فاصله‌ی کانونی و مختصات مرکز بیضی و خروج از مرکز بیضی را محاسبه کنید.	۸
۱/۵ نمره	خرداد ۹۹	در یک بیضی افقی طول قطر بزرگ ۶ و طول قطر کوچک ۴ واحد است. اگر مختصات مرکز آن $O(۴,۵)$ باشد. الف: فاصله‌ی کانونی بیضی را پیدا کنید. ب: مختصات دو سر قطر بزرگ آن را بنویسید.	۹

تهیه کننده : جابر عامری دبیر ریاضی و عضو گروه ریاضی متوسطه‌ی دوم استان خوزستان

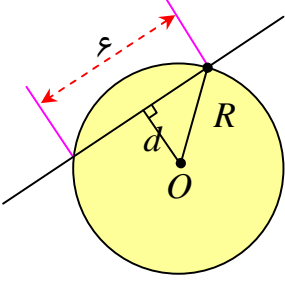
شهریور ۹۹	نمره ۰/۲۵	در هر قسمت، عبارت مناسب را انتخاب کنید. اگر خروج از مرکز بیضی به صفر نزدیک شود، شکل بیضی به شکل نزدیک خواهد شد. (پاره خط، دایره، نقطه)	۱۰
شهریور ۹۹	نمره ۱	کانون های یک بیضی نقاط $(۲,۵)$ و $(۲,-۳)$ و $a = ۵$ است. مختصات مرکز و اندازه‌ی قطر کوچک بیضی را پیدا کنید.	۱۱
دی ۹۹	نمره ۱/۵	خروج از مرکز یک بیضی افقی $\frac{۴}{۵}$ ، مرکز آن $(-۴,-۱)$ و طول قطر کوچک این بیضی ۶ واحد است. الف: طول قطر کانونی و فاصله‌ی کانونی را محاسبه کنید. ب: مختصات نقاط دو سر قطر بزرگ را پیدا کنید.	۱۲
خرداد ۱۴۰۰	نمره ۰/۲۵	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. هر چه مقدار خروج از مرکز بیضی به صفر نزدیکتر باشد، شکل بیضی به دایره نزدیکتر خواهد شد.	۱۳
خرداد ۱۴۰۰	نمره ۱/۵	کانون های یک بیضی نقاط $(۱,۳)$ و $(۱,-۵)$ است. الف: فاصله‌ی کانونی و مختصات مرکز بیضی را بنویسید. ب: اگر $a = ۶$ باشد، اندازه‌ی قطر کوچک را پیدا کنید. (a اندازه‌ی نصف قطر بزرگ بیضی است.)	۱۴
شهریور ۱۴۰۰	نمره ۱	در یک بیضی افقی، طول قطر بزرگ ۶ و قطر کوچک ۴ واحد است. اگر مرکز این بیضی نقطه‌ی ای با مختصات $(۴,۵)$ باشد. الف) فاصله‌ی کانونی بیضی را پیدا کنید. ب) مختصات نقاط دو سر قطر بزرگ را بنویسید.	۱۵
دی ۱۴۰۰	نمره ۱/۵	خروج از مرکز یک بیضی افقی $\frac{۴}{۵}$ و مرکز آن $(-۴,-۱)$ و طول قطر کوچک این بیضی ۶ واحد است. الف: فاصله‌ی کانونی را محاسبه کنید. ب: مختصات نقاط دو سر قطر بزرگ این بیضی را پیدا کنید.	۱۶

درس ۲: دایره

دی ۹۷	نمره ۱/۲۵	معادله‌ی گسترده‌ی دایره‌ی ای به صورت $x^2 + y^2 - ۶x + ۲y + ۶ = ۰$ می باشد. مرکز و شعاع دایره را بنویسید.	۱
-------	-----------	--	---

سؤالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل ششم درس ریاضی ۳ پایه ی دوازدهم رشته ی علوم تجربی

۲ نمره	۹۸ خرداد	وضعیت دو دایره به معادلات $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 1$ و $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ نسبت به هم را مشخص کنید.	۲
۱/۷۵ نمره	۹۸ تیر	وضعیت دو دایره به معادلات $x^2 + (y-5)^2 = 5$ و $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 7$ نسبت به هم را مشخص کنید.	۳
۱/۲۵ نمره	۹۸ شهریور	وضعیت خط $x + y = 3$ را نسبت به دایره ی $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$ مشخص کنید.	۴
۰/۷۵ نمره	۹۸ دی	وضعیت دایره ی $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 4$ و خط $y = -1$ را نسبت به هم مشخص کنید.	۵
۱ نمره	۹۹ خرداد	معادله ی دایره ای را بنویسید که بر خط $3x + 4y - 1 = 0$ مماس بوده و مرکز آن $(1, 2)$ باشد.	۶
۱ نمره	۹۹ خرداد	وضعیت دایره به معادله ی $x^2 + y^2 = 2$ و خط $y = -x - 2$ را نسبت به هم مشخص کنید.	۷
۱ نمره	شهریور	معادله ی دایره ای را بنویسید که بر خط $3x + 4y = 1$ مماس بوده و مرکز آن $(1, 2)$ باشد.	۸
۱ نمره	۹۹ دی	معادله ی دایره ای به شکل $(x+1)^2 + y^2 = 4$ می باشد. الف : مختصات مرکز دایره و اندازه ی شعاع دایره را بنویسید. ب : مختصات تقاطع دایره با محور x ها را پیدا کنید.	۹
۰/۲۵ نمره	۱۴۰۰ خرداد	در جای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. شعاع دایره ای به معادله ی $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$ برابر است.	۱۰

<p>نمره ۱/۵</p>	<p>خرداد ۱۴۰۰</p>	<p>مرکز دایره ای، نقطه‌ی $O(۲,-۳)$ است. این دایره روی خط $۳x - ۴y + ۲ = ۰$ و تری به طول ۶ جدا می کند. معادله‌ی این دایره را بنویسید.</p> 	<p>۱۱</p>
<p>نمره ۱/۵</p>	<p>شهریور ۱۴۰۰</p>	<p>وضعیت خط $x + y = ۳$ و دایره‌ی $x^۲ + y^۲ - ۲x - ۳ = ۰$ را نسبت به هم مشخص کنید.</p>	<p>۱۲</p>
<p>نمره ۱</p>	<p>دی ۱۴۰۰</p>	<p>معادله‌ی دایره ای را بنویسید که مرکز آن $(۰,۳)$ بوده و بر خط $۳x - ۴y = ۳$ مماس باشد.</p>	<p>۱۳</p>

تهیه کننده : جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه استان خوزستان

((فصل هفتم : احتمال))



یادآوری مفاهیم

۲۵/۰ نمره	۹۵ خرداد	جای خالی را با یکی از گزینه های داخل پرانتز کامل کنید. دو پیشامدی که با هم رخ ندهند، دو پیشامد (مستقل ، ناسازگار) هستند.	۱
۲۵/۰ نمره	۹۸ دی	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. دو پیشامد A و B از هم مستقل هستند، هرگاه با هم رخ ندهند.	۲
۲۵/۰ نمره	۹۹ خرداد	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. دو پیشامد B و A را ناسازگار می گوئیم، هرگاه B و A با هم رخ ندهند.	۳
۲۵/۰ نمره	۹۹ خرداد	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. منظور از احتمال $P(A B)$ این است که احتمال وقوع پیشامد A به شرط آن که بدانیم پیشامد B رخ داده است.	۴
۵/۰ نمره	۹۹ شهریور	در هر قسمت، عبارت مناسب را انتخاب کنید. الف : دو پیشامد A و B را گوئیم هرگاه وقع هر یک بر احتمال وقوع دیگری تأثیری نداشته باشد. (مستقل ، ناسازگار، سازگار) ب: احتمال وقوع پیشامد A به شرط اینکه بدانیم پیشامد B رخ داده است، به صورت نمایش داده می شود. ($P(A - B)$ ، $P(A B)$ ، $P(B A)$)	۵

قانون احتمال کل

۱/۵ نمره	۹۷ دی	یک سکه را پرتاب می کنیم و اگر پشت بیاید ۳ سکه ی دیگر را با هم پرتاب می کنیم. در این آزمایش احتمال اینکه دقیقاً یک سکه رو ظاهر شود، چقدر است؟	۱
-------------	----------	--	---

سئوالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل هفتم درس ریاضی ۳ پایه‌ی دوازدهم رشته‌ی علوم تجربی

۱/۷۵ نمره	۹۸ خرداد	سه ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۵ مهره سبز و ۴ مهره‌ی آبی است. ظرف دوم شامل ۷ مهره‌ی سبز و ۳ مهره‌ی آبی است. ظرف سوم شامل ۶ مهره‌ی سبز و ۴ مهره‌ی قرمز است. با چشم بسته یکی از ظرف‌ها را انتخاب و یک مهره از آن بیرون می‌آوریم. با چه احتمالی این مهره آبی است؟	۲
۱/۷۵ نمره	۹۸ تیر	سه ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۵ مهره قرمز و ۳ مهره‌ی آبی و ظرف دوم شامل ۴ مهره‌ی آبی و ظرف سوم شامل ۶ مهره‌ی قرمز است. با چشم بسته یکی از ظرف‌ها را انتخاب کرده و یک مهره از آن بیرون می‌آوریم. احتمال آن که مهره‌ی انتخابی آبی باشد، چقدر است؟	۳
۱/۵ نمره	۹۸ شهریور	دو ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۷ مهره آبی و ۵ مهره قرمز است و ظرف دوم شامل ۶ مهره آبی و ۸ مهره قرمز است. از ظرف اول یک مهره انتخاب کرده و در ظرف دوم قرار می‌دهیم. سپس یک مهره از ظرف دوم انتخاب می‌کنیم. حساب کنید که با چه احتمالی این مهره آبی است؟	۴
۱/۲۵ نمره	۹۸ دی	فرض کنید جمعیت یک کشور متشکل از ۴۰ درصد مرد و ۶۰ درصد زن باشند و احتمال شیوع یک بیماری خاص در این دو گروه ۳ درصد و ۵ درصد باشد. اگر فردی به تصادف از این جامعه انتخاب شود، با چه احتمالی به بیماری مورد نظر مبتلا است؟	۵
۲ نمره	۹۹ خرداد	اگر احتمال انتقال نوعی بیماری خاص به نوزاد پسر ۰/۰۸ و نوزاد دختر ۰/۰۳ باشد و خانواده‌ای منتظر به دنیا آمدن فرزندش باشد، با چه احتمالی نوزاد آنها به بیماری مذکور مبتلا خواهد بود؟	۶
۱/۲۵ نمره	۹۹ خرداد	دو جعبه داریم. درون یکی از آنها ۱۲ لامپ قرار دارد که ۶ تا از آنها معیوب است و درون جعبه‌ی دیگر ۹۶ لامپ قرار دارد که ۴ تا از آنها معیوب هستند. به تصادف جعبه‌ای انتخاب کرده، یک لامپ از آن بیرون می‌آوریم. چقدر احتمال دارد لامپ مورد نظر معیوب باشد؟	۷
۱ نمره	۹۹ خرداد	اگر احتمال انتقال نوعی بیماری خاص به نوزاد پسر ۰/۰۸ و به دختر ۰/۰۳ باشد و خانواده‌ای قصد بچه دار شدن را داشته باشند، با چه احتمالی نوزاد آنها به بیماری خاص مبتلا خواهد شد؟	۸
۱ نمره	۹۹ شهریور	اگر احتمال انتقال نوعی بیماری عفونی به نوزاد پسر ۰/۰۷ و نوزاد دختر ۰/۰۴ باشد و خانواده‌ای منتظر به دنیا آمدن فرزندش باشند، با چه احتمالی نوزاد آنها به بیماری مذکور مبتلا خواهد شد؟	۹
۱/۵ نمره	۹۹ دی	سه ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۵ مهره‌ی قرمز و ۳ مهره‌ی آبی و ظرف دوم شامل ۴ مهره‌ی آبی و ظرف سوم شامل ۶ مهره‌ی قرمز است. با چشم بسته یکی از طرف‌ها را انتخاب کرده و از آن یک مهره بیرون می‌آوریم. احتمال آن که مهره‌ی انتخابی آبی باشد، چقدر است؟	۱۰

تهیه کننده : جابر عامری دبیر ریاضی و عضو گروه ریاضی متوسطه‌ی دوم استان خوزستان

۲ نمره	۱۴۰۰ خرداد	اگر احتمال انتقال نوعی بیماری خاص به نوزاد پسر $0/08$ و نوزاد دختر $0/03$ باشد و خانواده ای منتظر به دنیا آمدن فرزندی باشد، با چه احتمالی نوزاد آنها به بیماری مذکور مبتلا خواهد بود؟	۱۱
۲ نمره	۱۴۰۰ شهریور	دو ظرف یکسان داریم، ظرف اول ۶ مهره سبز و ۴ مهره آبی و ظرف دوم شامل ۵ مهره سبز و ۷ مهره آبی است. از ظرف اول مهره ای انتخاب کرده و در ظرف دوم قرار می دهیم. سپس یک مهره به تصادف از ظرف دوم انتخاب می کنیم. حساب کنید که به چه احتمالی این مهره سبز است؟	۱۲
۱/۵ نمره	۱۴۰۰ دی	۴ ظرف یکسان داریم. در ظرف اول ۱۴ مهره قرار دارد و فقط ۴ مهره از بین آنها قرمزند. در ظرف دوم همه‌ی مهره ها قرمزند و ظرف سوم ۸ مهره دارد که شامل ۶ مهره‌ی قرمز است. در ظرف چهارم هیچ مهره‌ی قرمزی وجود ندارد. با چشم بسته یکی از ظرف ها را انتخاب کرده و از آن یک مهره بیرون می آوریم. احتمال آن که مهره‌ی انتخابی قرمز باشد، چقدر است؟	۱۳

تهیه کننده : جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه استان خوزستان

پاسخ سوالات موضوعی نهایی

فصل اول ریاضی ۳ پایه دوازدهم علوم تجربی

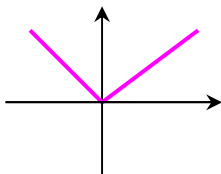
فصل ۱: تابع

درس ۱: توابع چند جمله ای

۱	نادرست
۲	پایین
۳	درست
۴	درست
۵	پایین تر

توابع صعودی و نزولی

۱	درست
۲	صعودی
۳	درست
۴	صفر
۵	نادرست
۶	ثابت
۷	درست
۸	نادرست. تابع قدرمطلق در دامنه اش که مجموعه‌ی اعداد حقیقی است نه صعودی و نه نزولی است.
۹	ثابت
۱۰	یکنوا



نادرست	۱۱
--------	----

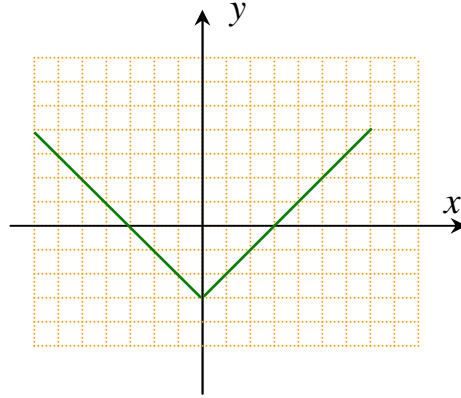
درس ۲: ترکیب توابع

$g(x) = x^2$	۱
$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in \mathbb{R} \mid 3x - 1 \neq 0\} = \mathbb{R} - \{\frac{1}{3}\}$	۲
$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \geq 4 \mid \sqrt{x-4} \neq \pm 1\} = [4, 5) \cup (5, +\infty)$	۳
$D_f \geq 1$ و $D_g = \mathbb{R}$ $D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid f(x) \in D_f\} = \{x \in \mathbb{R} \mid 2x^2 - 1 \geq 1\} = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$	۴
$D_g = [-6, +\infty)$ و $D_f = \mathbb{R}$ $D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \geq -6 \mid \sqrt{x+6} \in \mathbb{R}\} = [-6, +\infty)$	۵
$f(g(x)) = 3g(x) - 4 \xrightarrow{f(g(x)) = 3x^2 - 6x + 14} 3g(x) - 4 = 3x^2 - 6x + 14$ $\rightarrow 3g(x) = 3x^2 - 6x + 18 \rightarrow g(x) = x^2 - 2x + 6$	۶
الف) $D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in (-\infty, 2] \mid \sqrt{4-2x} \in \mathbb{R}\} = (-\infty, 2]$ ب) $(g \circ f)(2) - \frac{f}{g}(0) = (-1) - (-2) = 1$	۷
$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(\sqrt{x}) = \sin \sqrt{x}$ نادرست	۸
$(f \circ g)(4) = f(g(4)) = f(7) = 5$	۹
$D_f = \mathbb{R}$ $D_g = x + 6 \geq 0 \rightarrow x \geq -6$ $D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \geq -6 \mid \sqrt{x+6} \in \mathbb{R}\} = [-6, +\infty)$	۱۰

$f(g(x)) = 3x^2 - 6x + 14$ $\frac{f(x) = 3x - 4}{\rightarrow f(g(x)) = 3g(x) - 4}$ $\rightarrow 3g(x) - 4 = 3x^2 - 6x + 14 \rightarrow 3g(x) = 3x^2 - 6x + 18$ $\xrightarrow{\div 3} g(x) = x^2 - 2x + 6$	۱۱
<p>الف :</p> $D_f = [1, +\infty), D_g = R$ $D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$ $= \{x \in R \mid 2x^2 - 1 \geq 1\} = \{x \in R \mid 2x^2 \geq 2\} = \{x \in R \mid x^2 \geq 1\} = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$ <p>ب :</p> $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(2x^2 - 1) = \sqrt{(2x^2 - 1) - 1} = \sqrt{2x^2 - 2}$	۱۲
<p>الف) $f(-3) = 1$ ب) $3t - 1 = -4 \rightarrow t = -1$ پ) $[-2, +\infty)$</p>	۱۳
<p>الف) $D_f = [1, +\infty), D_g = R$</p> $D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in R \mid 2x^2 - 1 \in R\}$ $= (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$ <p>ب) $(g \circ f)(2) = 1$</p>	۱۴
<p>الف) $g(f(1)) = g(2) = -2$</p> <p>ب) $(f + g)(\cdot) = -1 + 3 = 2$</p> $(f \circ (f + g))(\cdot) = f((f + g)(\cdot)) = f(2) = -5$	۱۵
<p>درست</p>	۱۶

$$(g \circ f)(-۱) = g(-۱) = -۵$$

$$(g^{-1} \circ f^{-1})(۲) = g^{-1}(۰) = -۴$$



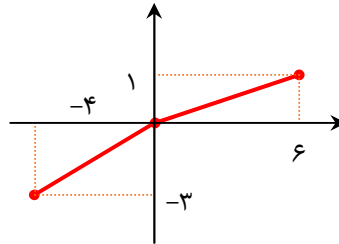
تبدیلات

۱ طول نقاط دو برابر و عرض نقاط ۲ واحد کم می شود.

تابع اصلی			
x	-۲	۰	۳
y	-۱	۲	۳



تابع جدید			
x	-۴	۰	۶
y	-۳	۰	۱

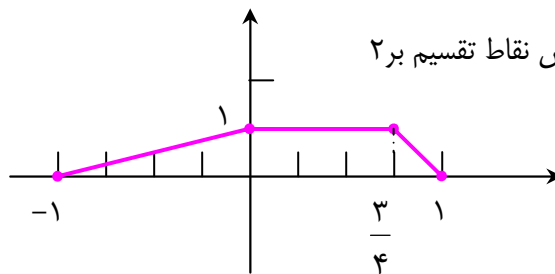


۱

تابع اصلی				
x	-۴	۰	۳	۴
y	۰	۲	۲	۰



تابع جدید				
x	-۱	۰	$\frac{۳}{۴}$	۱
y	۰	۱	۱	۰



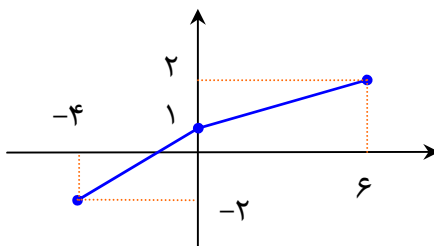
طول نقاط تقسیم بر ۴ و عرض نقاط تقسیم بر ۲

۲

۳

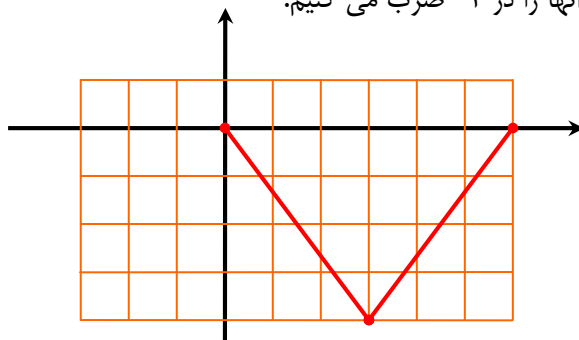
تابع اصلی				→	تابع جدید			
x	-۲	۰	۳		x	-۴	۰	۶
y	-۱	۲	۳		y	-۲	۱	۲

طول نقاط نمودار را دو برابر و عرض نقاط را یک واحد کم می کنیم.



۴

طول نقاط را سه برابر و عرض آنها را در -۲ ضرب می کنیم.



نادرست

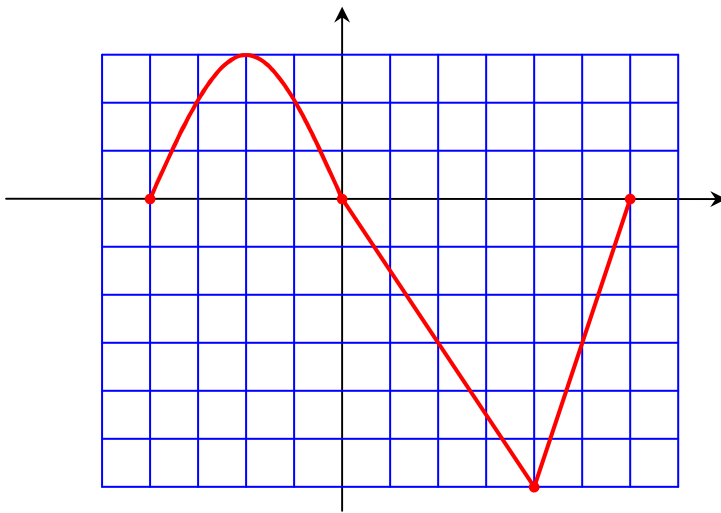
۵

۶ الف : ابتدا مختصات نقاط مهم تابع اصلی را تعیین می کنیم.

x	-۲	-۱	۰	۲	۳
y	۰	۱	۰	-۲	۰

اکنون طول نقاط دو برابر و عرض نقاط را سه برابر می کنیم تا مختصات نقاط مهم تابع جدید بدست آیند.

x	-۴	-۲	۰	۴	۶
y	۰	۳	۰	-۶	۰



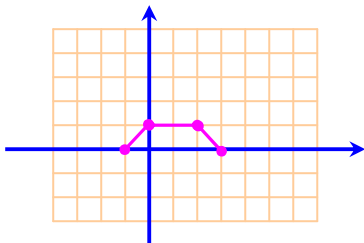
ب : $D = [-۴, ۶]$

۷ عرض نقاط دو برابر می شود و لذا برد تابع جدید می شود $[-۲, ۸]$

۸ نادرست

۹ درست

۱۰ طول نقاط اصلی نمودار را در $\frac{1}{۳}$ و عرض آنها را در $\frac{1}{۳}$ ضرب می کنیم.



۱۱ درست

	<table border="1"> <tr> <td>تابع اصلی</td> <td>x</td> <td>-۴</td> <td>۰</td> <td>۲</td> </tr> <tr> <td></td> <td>y</td> <td>-۲</td> <td>۲</td> <td>۲</td> </tr> </table> <table border="1"> <tr> <td>تابع تبدیل یافته</td> <td>x</td> <td>۴</td> <td>۰</td> <td>-۲</td> </tr> <tr> <td></td> <td>y</td> <td>۰</td> <td>۴</td> <td>۴</td> </tr> </table>	تابع اصلی	x	-۴	۰	۲		y	-۲	۲	۲	تابع تبدیل یافته	x	۴	۰	-۲		y	۰	۴	۴	۱۲
تابع اصلی	x	-۴	۰	۲																		
	y	-۲	۲	۲																		
تابع تبدیل یافته	x	۴	۰	-۲																		
	y	۰	۴	۴																		
$f(x) = x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$ مرحله ۱ $f(x) - 2 = (x-1)^2 - 2$ مرحله ۲ $f(x+1) - 2 = x^2 - 2$ مرحله ۳ $-f(x+1) + 2 = -x^2 + 2$		۱۳																				

درس ۳: تابع وارون

$(g^{-1} \circ f^{-1})(\delta) = g^{-1}(f^{-1}(\delta)) = g^{-1}(64) = 4$	۱
$f^{-1}(x) = \lambda(x+3)$ $g^{-1}(x) = \sqrt[3]{x}$	۲
$f^{-1}(\delta) = \lambda(\delta+3) = 64 \rightarrow g^{-1} \circ f^{-1}(\delta) = g^{-1}(64) = \sqrt[3]{64} = 4$	۳
به پاسخ سؤال قبل مراجعه کنید.	۳
$h(x) = x^2 - 5 ; x \geq 0$	۴
$(g \circ f)(x) = x$ و $(f \circ g)(x) = x$	۵
$(f \circ g)(x) = f\left(\frac{x+4}{3}\right) = 3\left(\frac{x+4}{3}\right) - 4 = x$	
$(g \circ f)(x) = g(3x-4) = \frac{(3x-4)+4}{3} = x$	

الف : $y = \sqrt{x+2} \xrightarrow{x \leftrightarrow y} x = \sqrt{y+2} \rightarrow x^2 = (\sqrt{y+2})^2 \rightarrow x^2 = y+2 \rightarrow x^2 - 2 = y$ $\rightarrow f^{-1}(x) = x^2 - 2$ <p>ب این تابع یک سهمی رو به بالا است. طول رأس سهمی به صورت زیر است.</p> $x = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{2(1)} = 2$ <p>لذا تابع در بازه هایی نظیر $(-\infty, 2)$ یا $(2, +\infty)$ یک به یک خواهد بود.</p> <p>توجه : بازه های دیگر نیز می توان نوشت و از طرف ۲ نیز ، بازه را می توان بسته نوشت.</p>	۶
باید نشان دهیم که $f(g(x)) = x$ و $g(f(x)) = x$	۷
$f(g(x)) = f\left(\frac{3-2x}{8}\right) = \frac{-8\left(\frac{3-2x}{8}\right) + 3}{2} = \frac{-(3-2x) + 3}{2} = \frac{-3 + 2x + 3}{2} = \frac{2x}{2} = x$ $g(f(x)) = g\left(\frac{-8x+3}{2}\right) = \frac{3 - 2\left(\frac{-8x+3}{2}\right)}{8} = \frac{3 - (-8x+3)}{8} = \frac{3 + 8x - 3}{8} = \frac{8x}{8} = x$	۸
$f(x) = -\frac{7}{2}x - 3$ $y = -\frac{7}{2}x - 3 \xrightarrow{x \leftrightarrow y} x = -\frac{7}{2}y - 3 \rightarrow x + 3 = -\frac{7}{2}y$ $\xrightarrow{\times\left(-\frac{2}{7}\right)} -\frac{2}{7}x - \frac{6}{7} = y \rightarrow y = -\frac{2x+6}{7}$ $\Rightarrow f^{-1}(x) = -\frac{2x+6}{7}$	

$y = -5 - \sqrt{3x+1} \xrightarrow{x \leftrightarrow y} x = -5 - \sqrt{3y+1} \rightarrow x+5 = -\sqrt{3y+1} \rightarrow (x+5)^2 = 3y+1$ $\rightarrow \frac{(x+5)^2 - 1}{3} = y$ $\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{(x+5)^2 - 1}{3}$	۹
	۱۰ درست
	۱۱ نادرست

تهیه کننده: جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوّم متوسطه استان خوزستان

پاسخ سؤالات موضوعی نهایی

فصل دوم ریاضی ۳ پایه دوازدهم علوم تجربی

فصل ۲: مثلثات

درس ۱: توابع متناوب

$\max(f) = 3 + 2 = 5$ و $\min(f) = - 3 + 2 = -1$ و $T = \frac{2\pi}{ b } = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$	۱
$\max(f) = -2 + 1 = 3$ و $\min(f) = - -2 + 1 = -1$	۲
$\max(f) = 2 - 1 = 1$ و $\min(f) = - 2 - 1 = -3$ و $T = \frac{2\pi}{ b } = \frac{2\pi}{3\pi} = \frac{2}{3}$	۳
$\max(f) = -3 + 1 = 4$ و $\min(f) = - -3 + 1 = -2$ و $T = \frac{2\pi}{ b } = \frac{2\pi}{2\pi} = 1$	۴
$\max(f) a + c = \pi - 2 = \pi - 2$ $\min(f) = - a + c = - \pi - 2 = -\pi - 2$ $T = \frac{2\pi}{ b } = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$	۵
$\max(y) = a + c = 1 + \sqrt{3}$ $\min(y) = - a + c = -1 + \sqrt{3}$ $T = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}} = 4$	۶
$\min(y) = - a + c = - 3 + (-2) = -5$ درست	۷
$T = \frac{2\pi}{ b } \rightarrow 4\pi = \frac{2\pi}{ b } \rightarrow 4 b = 2 \rightarrow b = \frac{1}{2} \rightarrow b = \pm \frac{1}{2}$	۸

$ a = \frac{y_{\max} - y_{\min}}{2} = \frac{-1 - (-7)}{2} = \frac{-1 + 7}{2} = 3 \rightarrow a = \pm 3$ $c = \frac{y_{\max} + y_{\min}}{2} = \frac{-1 - 7}{2} = \frac{-8}{2} = -4$ <p>این توابع می توانند، به شکل زیر باشند.</p> $y = a \sin bx + c \rightarrow \begin{cases} y = 3 \sin \frac{1}{2}x - 4 \\ y = -3 \sin \frac{1}{2}x - 4 \\ y = 3 \sin(-\frac{1}{2})x - 4 \\ y = -3 \sin(-\frac{1}{2})x - 4 \end{cases}$	
<p>دوره تناوب $T = \frac{2\pi}{ b } = \frac{2\pi}{2} = \pi$</p> <p>مقدار ماکزیمم $y_{\max} = a + c = 3 - 2 = 1$</p> <p>مقدار می نیمم $y_{\min} = - a + c = -3 - 2 = -5$</p>	۹
<p>$\max(y) = a + c = \pi + 1$</p> <p>$\min(y) = - a + c = -\pi + 1$</p> <p>$T = \frac{2\pi}{ -1 } = 2\pi$</p>	۱۰
<p>$\min(f) = - a + c = -8 + 0 = -8$</p> <p>$\max(f) = a + c = 8 + 0 = 8$</p> <p>$T = \frac{2\pi}{ b } = \frac{2\pi}{\frac{1}{3}} = 6\pi$</p>	۱۱
<p>با توجه به نمودار می توان نوشت:</p> <p>$\max(f) = 5$ و $\min(f) = 1$ و $T = 4\pi - 0 = 4\pi$</p>	۱۲

$$b = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{4\pi} = \frac{1}{2}$$

$$c = \frac{\max(f) + \min(f)}{2} = \frac{5 + 1}{2} = 3$$

پس داریم :

$$y = a \cos bx + c = a \cos\left(\frac{1}{2}x\right) + 3$$

نمودار تابع از نقطه‌ی (۰, ۵) می‌گذرد، لذا:

$$5 = a \cos\left(\frac{1}{2}(0)\right) + 3$$

$$\rightarrow 5 = a + 3 \rightarrow a = 2$$

در نتیجه :

$$y = a \cos bx + c = 2 \cos\left(\frac{1}{2}x\right) + 3$$

یا اینکه :

$$y = a \cos bx + c = 2 \cos\left(-\frac{1}{2}x\right) + 3$$

$$|a| = \frac{5 - (-1)}{2} = 3 \rightarrow a = \pm 3$$

$$c = \frac{5 + (-1)}{2} = 2$$

$$|b| = \frac{2\pi}{8\pi} = \frac{1}{4} \rightarrow b = \pm \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow y = 3 \sin\left(\pm \frac{1}{4}x\right) + 2$$

۱۳

$$|a| = \frac{2 - (-2)}{2} = 2 \rightarrow a = -2$$

$$|b| = \frac{2\pi}{2\pi} = 1 \rightarrow b = 1$$

۱۴

$c = \frac{2 + (-2)}{2} = 0$ $f(x) = a \cos bx + c \rightarrow f(x) = -2 \cos x$	
--	--

تابع تنازات

$2x \neq k\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow x \neq \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$	۱
نادرست	۲
درست	۳
π	۴
R	۵
$T = \pi$	۶
صعودی	۷
نادرست	۸

روابط مثلثاتی

$\sin^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\alpha)$ $\sin^2 (22/5)^\circ = \frac{1}{2}(1 - \cos 45^\circ) = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{2 - \sqrt{2}}{2}\right) = \frac{2 - \sqrt{2}}{4}$ $\rightarrow \sin(22/5)^\circ = \sqrt{\frac{2 - \sqrt{2}}{4}} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$	۱
$\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 2\left(\frac{5}{13}\right)^2 - 1 = \frac{2 \times 25}{169} - 1 = \frac{50 - 169}{169} = -\frac{119}{169}$	۲

$\sin^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\alpha)$ $\sin^2 (15^\circ) = \frac{1}{2}(1 - \cos 30^\circ) = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{2 - \sqrt{3}}{2}\right) = \frac{2 - \sqrt{3}}{4}$ $\rightarrow \sin(15^\circ) = \sqrt{\frac{2 - \sqrt{3}}{4}} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2}$	۳
رجوع شود به تمرین ۳	۴
$\sin 15^\circ = \sqrt{\frac{1 - \cos 30^\circ}{2}} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2}$	۵
$A = 4 \sin x \cos x \cos 2x = 2(2 \sin x \cos x) \cos 2x = 2 \sin 2x \cos 2x = \sin 4x$ $x = (7/5)^\circ \rightarrow A = \sin 4(7/5) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$	۶

درس ۲: معادلات مثلثاتی

$\sin x - 1 + 2 \sin^2 x = 0 \rightarrow 2 \sin^2 x + \sin x - 1 = 0$ $\rightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \rightarrow 2k\pi - \frac{\pi}{2} \\ \sin x = \frac{1}{2} \rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = (2k + 1)\pi - \frac{\pi}{6} \end{cases} \end{cases}$	۱
$(1 - 2 \sin^2 x) - \sin x = 0 \rightarrow 2 \sin^2 x + \sin x - 1 = 0 \rightarrow \sin x = -1, \sin x = \frac{1}{2}$ $\sin x = -1 \rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2}$ $\sin x = \frac{1}{2} \xrightarrow{\alpha = \frac{\pi}{6}} \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases}$	۲

$2 \sin x + \sqrt{2} = \sqrt{2} \rightarrow 2 \sin x + \sqrt{2} = 2\sqrt{2} \rightarrow \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\alpha = \frac{\pi}{4} \rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \\ x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{3\pi}{4} \end{cases}$	۳
$\sin x \cos x = \frac{\sqrt{2}}{4} \xrightarrow{\times 2} 2 \sin x \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \sin 2x = \frac{\sqrt{2}}{2} \xrightarrow{\alpha = \frac{\pi}{4}}$ $\alpha = \frac{\pi}{4} \rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{8} \\ 2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} \rightarrow x = k\pi + \frac{3\pi}{8} \end{cases}$	۴
$\cos 2x - \cos x + 1 = 0 \rightarrow 2 \cos^2 x - 1 - \cos x + 1 = 0 \rightarrow 2 \cos^2 x - \cos x = 0$ $\rightarrow \cos x (2 \cos x - 1) = 0$ $\rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \cos x = \frac{1}{2} \xrightarrow{\alpha = \frac{\pi}{3}} x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \end{cases}$	۵
$2 \cos^2 x - 9 \cos x - 5 = 0$ $\Delta = (-9)^2 - 4(2)(-5) = 81 + 40 = 121 \rightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{9 + 11}{4} = 5 \\ \cos x = \frac{9 - 11}{4} = -\frac{1}{2} \end{cases}$ <p style="text-align: center;">تساوی $\cos x = 5$ غیر ممکن است ولی تساوی $\cos x = -\frac{1}{2}$ قابل قبول است. لذا:</p> $\cos x = -\frac{1}{2} \xrightarrow{\alpha = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}} x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}, \quad k \in \mathbb{Z}$	۶

$\sin 3x = \frac{\sqrt{2}}{2} \xrightarrow{\alpha = \frac{\pi}{4}} \begin{cases} 3x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{12} \\ 3x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} \rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{4} \end{cases} \quad (k \in Z)$	۷
$\cos x = \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) \rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$	۸
$(1 - \sin^2 x) - \sin x = \frac{1}{4} \rightarrow \sin^2 x + \sin x - \frac{3}{4} = 0$ $\sin^2 x + \sin x - \frac{3}{4} = 0 \rightarrow 4\sin^2 x + 4\sin x - 3 = 0$ $\Delta = (4)^2 - 4(4)(-3) = 16 + 48 = 64 \rightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{-4 + 8}{2(4)} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \\ \sin x = \frac{-4 - 8}{2(4)} = \frac{-12}{8} = -\frac{3}{2} \end{cases}$ <p style="text-align: right;">برای حالت $\sin x = \frac{1}{2}$ می توان نوشت:</p> $\sin x = \frac{1}{2} \xrightarrow{\alpha = \frac{\pi}{6}} \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \end{cases}$ <p style="text-align: right;">ولی حالت $\sin x = -\frac{3}{2}$ قابل قبول نیست.</p>	۹
$2\sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\xrightarrow{\alpha = \frac{\pi}{3}} \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{6} \\ 2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{3} \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} \end{cases}$	۱۰
$\sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{4} \rightarrow 2\sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$	۱۱

$\alpha = \frac{\pi}{3} \rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \\ 2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{3} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = k\pi + \frac{\pi}{3} \end{cases}; k \in Z$	
$S = \frac{1}{2} ab \sin \theta \xrightarrow{S=8} \frac{1}{2} (4)(8) \sin \theta = 8 \rightarrow \sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ <p>$\rightarrow \theta = 45^\circ \text{ or } \theta = 135^\circ$</p> <p>لذا با شرایط دو مثلث می توان رسم کرد.</p>	۱۲
$2 \sin^2 x + \sin x - 1 = 0 \rightarrow \frac{1}{2} (2 \sin x - 1)(2 \sin x + 2) = 0$ <p>$\rightarrow (2 \sin x - 1)(\sin x + 1) = 0$</p> $2 \sin x - 1 = 0 \rightarrow \sin x = \frac{1}{2} \rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \end{cases}$ <p>$\sin x + 1 = 0 \rightarrow \sin x = -1 \rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2}$</p>	۱۳

تهیه کننده: جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه استان خوزستان

پاسخ سوالات موضوعی نهایی

فصل سوم ریاضی ۳ پایه دوازدهم علوم تجربی

فصل ۳: حد بی نهایت و حد در بی نهایت

درس ۱: حد بی نهایت

تقسیم چند جمله ای ها

درست	۱
$x - 3 = 0 \rightarrow x = 3$ $R = f(3) = 2(3)^2 - 5(3) + 1 = 18 - 15 + 1 = 4$	۲
درست	۳
$x + 1$	۴

حدهای مبهم

$\begin{aligned} \text{ب) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{x+1} - 2} &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)(\sqrt{x+1} + 2)}{(\sqrt{x+1} - 2)(\sqrt{x+1} + 2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)(\sqrt{x+1} + 2)}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} (x+3)(\sqrt{x+1} + 2) \\ &= (3+3)(\sqrt{3+1} + 2) = 6 \times 4 = 24 \end{aligned}$	۱
$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{(x-1)(x+2)} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{(x-1)(x+2)} \times \frac{x + \sqrt{x}}{x + \sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{(x-1)(x+2)(x + \sqrt{x})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x-1)}{(x-1)(x+2)(x + \sqrt{x})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{(x+2)(x + \sqrt{x})} = \frac{1}{(1+2)(1 + \sqrt{1})} \\ &= \frac{1}{3 \times 2} = \frac{1}{6} \end{aligned}$	۲

$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{2 - \sqrt{x+1}} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)}{2 - \sqrt{x+1}} \times \frac{2 + \sqrt{x+1}}{2 + \sqrt{x+1}}$ $= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)(2 + \sqrt{x+1})}{4 - (x+1)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)(2 + \sqrt{x+1})}{3 - x}$ $= \lim_{x \rightarrow 3} -(x+3)(2 + \sqrt{x+1}) = -(3+3)(2 + \sqrt{3+1}) = -24$	۳
$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{x^2 - 16} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{(x-4)(x+4)} \times \frac{2 + \sqrt{x}}{2 + \sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{4 - x}{(x-4)(x+4)(2 + \sqrt{x})}$ $= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{-1}{(x+4)(2 + \sqrt{x})} = \frac{-1}{(4+4)(2 + \sqrt{4})} = \frac{-1}{8 \times 4} = \frac{-1}{32}$	۴
$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x + \sqrt{2x+3}} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x + \sqrt{2x+3}} \times \frac{x - \sqrt{2x+3}}{x - \sqrt{2x+3}}$ $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - (2x+3)} \times \frac{x - \sqrt{2x+3}}{1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 2x - 3} \times (x - \sqrt{2x+3})$ $= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x-1)(x+1)}{(x+1)(x-3)} \times (x - \sqrt{2x+3}) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x-1}{x-3} \times (x - \sqrt{2x+3})$ $= \frac{-1-1}{-1-3} \times (-1 - \sqrt{2(-1)+3}) = \frac{1}{2}(-1-1) = -1$	۵
$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x - \sqrt{x+6}} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x - \sqrt{x+6}} \times \frac{x + \sqrt{x+6}}{x + \sqrt{x+6}}$ $= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - (x+6)} \times (x + \sqrt{x+6}) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+1)}{(x+2)(x-3)} \times (x + \sqrt{x+6})$ $= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+1}{x+2} \times (x + \sqrt{x+6}) = \frac{3+1}{3+2} \times (3 + \sqrt{3+6}) = \frac{24}{5}$	۶
$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{2 - \sqrt{x+1}} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{2 - \sqrt{x+1}} \times \frac{2 + \sqrt{x+1}}{2 + \sqrt{x+1}} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{4 - (x+1)} \times (2 + \sqrt{x+1})$	۷

$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)(2+\sqrt{x+1})}{3-x} = \lim_{x \rightarrow 3} -(x+3)(2+\sqrt{x+1})$ $= (-6) \times (2+2) = -24$	
<p>الف) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)(2+\sqrt{x+1})}{(2-\sqrt{x+1})(2+\sqrt{x+1})} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)(2+\sqrt{x+1})}{(4-(x+1))}$</p> $= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)(2+\sqrt{x+1})}{-x+3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)(2+\sqrt{x+1})}{-(x-3)}$ $= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x+3)(2+\sqrt{x+1})}{-1} = \frac{(3+3)(2+\sqrt{3+1})}{-1} = -24$	۸
$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2-\sqrt{x-1}}{x-5} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2-\sqrt{x-1}}{x-5} \times \frac{2+\sqrt{x-1}}{2+\sqrt{x-1}}$ $= \lim_{x \rightarrow 5} \frac{-(x-5)}{(x-5)(2+\sqrt{x-1})} = \frac{-1}{4}$	۹
$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2-\sqrt{x-1}}{x-5} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2-\sqrt{x-1}}{x-5} \times \frac{2+\sqrt{x-1}}{2+\sqrt{x-1}} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{4-(x-1)}{x-5} \times \frac{1}{2+\sqrt{x-1}}$ $= \lim_{x \rightarrow 5} \frac{5-x}{x-5} \times \frac{1}{2+\sqrt{x-1}} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{-1}{2+\sqrt{x-1}} = \frac{-1}{2+\sqrt{5-1}} = \frac{-1}{4}$	۱۰
<p>الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-\sqrt{x}}{x^2+x-2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-\sqrt{x})(x+\sqrt{x})}{(x-1)(x+2)(x+\sqrt{x})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-x}{(x-1)(x+2)(x+\sqrt{x})}$</p> $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x-1)}{(x-1)(x+2)(x+\sqrt{x})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{(x+2)(x+\sqrt{x})} = \frac{1}{6}$	۱۱
$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2x^2-x}{4x^2-1} = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{x(2x-1)}{(2x-1)(2x+1)} = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{x}{2x+1} = \frac{\frac{1}{2}}{2(\frac{1}{2})+1} = \frac{\frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{4}$	۱۲

حد بی نهایت

الف) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x] - 3}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{2 - 3}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-1}{x - 3} = +\infty$	۱
$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{[x]}{\sin x} = \frac{[0^-]}{\sin(0^-)} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$	۲
$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x}{1 - x^2} = \frac{2(1)}{1 - (1^+)^2} = \frac{2}{.^+} = +\infty$	۳
$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{1 - \cos x} = \frac{1}{1 - 1^-} = \frac{1}{.^+} = +\infty$	۴
$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2}{ x - 3 } = \frac{2}{ 3 - 3 } = \frac{2}{.^+} = +\infty$	۵
$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x] - 3}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{2 - 3}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-1}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-1}{3^- - 3} = \frac{-1}{.^-} = +\infty$	۶
$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{-3x}{x^2 - 4} = \frac{-3(-2)}{(-2)^2 - 4} = \frac{-3(-2)}{4^+ - 4} = \frac{+6}{.^+} = +\infty$	۷
الف) $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{3}} \frac{[x]}{ 3x + 1 } = \lim_{x \rightarrow -\frac{1}{3}} \frac{[-\frac{1}{3}]}{ 3x + 1 } = \lim_{x \rightarrow -\frac{1}{3}} \frac{-1}{ 3x + 1 } = \frac{-1}{ 3(-\frac{1}{3}) + 1 } = \frac{-1}{0^+} = -\infty$	۸
ب) $\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{2x}{x - 5} = \lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{2(5)}{(5^-) - 5} = \frac{10}{.^-} = -\infty$	
$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{[x] - 3}{ 2x - 1 } = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{[x] - 3}{ 2(x - \frac{1}{2}) } = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{[x] - 3}{2 x - \frac{1}{2} } = \frac{. - 3}{2 \times .^+} = \frac{-3}{.^+} = -\infty$	۹

$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x] - 3}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-1}{x - 3} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$	۱۰
$\lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{3})^+} \frac{[x]}{ 3x+1 } = \lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{3})^+} \frac{-1}{ 3x+1 } = \frac{-1}{0^+} = -\infty$	۱۱
$\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \tan x = \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{1}{0^-} = -\infty$	۱۲
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+1}{\sin^2 x} = \frac{0+1}{0^+} = +\infty$	۱۳

درس ۲: حد در بی نهایت

-۵	۱
۲) - (الف)	۲) + (ب)
$-\infty$	۳
صفر	۴
الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{2x-3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{2x} = \frac{1}{-\infty} = 0$	۵
ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{3x-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{3x} = \frac{2}{3}$	
$\lim_{x \rightarrow -\infty} (9 + \frac{7}{x^2}) = 9 + \frac{7}{(-\infty)^2} = 9 + \frac{7}{+\infty} = 9 + 0 = 9$	۶
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 - 5x + 1}{6x^3 - 11x^2 - 3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3}{6x^3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$	۷
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 + \frac{1}{x^2}}{\frac{4}{x} - 5} = \frac{\lim_{x \rightarrow +\infty} (3 + \frac{1}{x^2})}{\lim_{x \rightarrow +\infty} (\frac{4}{x} - 5)} = \frac{3 + 0}{0 - 5} = -\frac{3}{5}$	۸

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x^7 + 5x^2}{2x^3 + 9} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x^7}{2x^3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} -2x^4 = -\infty$$

۹

تهیه کننده: جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره ی دوّم متوسطه استان خوزستان

پاسخ سئوالات موضوعی نهایی

فصل چهارم ریاضی ۳ پایه دوازدهم علوم تجربی

فصل ۴ : مشتق

درس ۱ : آشنایی با مفهوم مشتق

تعریف مشتق

$f'(-1) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - f(-1)}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1 - 2x^2 + 1}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2(1-x)(1+x)}{x + 1} = 4$	۱
$f'(-1) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - f(-1)}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 2 + 3}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x + 1}$ $= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x^2 - x + 1)}{x + 1} = 3$	۲

تعبیر هندسی مشتق

$f(4) = 24 \rightarrow A(4, 24)$ $f(4) = 24, f'(4) = m_{AB} = 1/5$ $d: y - 24 = \frac{3}{2}(x - 4) \rightarrow y - 24 = \frac{3}{2}x - 6 \rightarrow y = \frac{3}{2}x + 18$ $x = 5 \rightarrow y = \frac{3}{2}(5) + 18 = \frac{51}{2} \rightarrow B(5, \frac{51}{2})$ $x = 3 \rightarrow y = \frac{3}{2}(3) + 18 = \frac{45}{2} \rightarrow C(3, \frac{45}{2})$	۱
---	---

$f(4) = 25 \rightarrow A(4, 25)$ $f(4) = 25, f'(4) = m_{AB} = 1/5$ $d: y - 25 = \frac{3}{2}(x - 4) \rightarrow y - 25 = \frac{3}{2}x - 6 \rightarrow y = \frac{3}{2}x + 19$ $x = 5 \rightarrow y = \frac{3}{2}(5) + 19 = \frac{51}{2} \rightarrow B(5, \frac{51}{2})$ $x = 3 \rightarrow y = \frac{3}{2}(3) + 19 = \frac{47}{2} \rightarrow C(3, \frac{47}{2})$	۲										
<table border="1"> <tbody> <tr> <td>شیب</td> <td>۱</td> <td>۰</td> <td>$\frac{1}{2}$</td> <td>-۲</td> </tr> <tr> <td>نقطه</td> <td>C</td> <td>B</td> <td>D</td> <td>A</td> </tr> </tbody> </table>	شیب	۱	۰	$\frac{1}{2}$	-۲	نقطه	C	B	D	A	۳
شیب	۱	۰	$\frac{1}{2}$	-۲							
نقطه	C	B	D	A							
<table border="1"> <tbody> <tr> <td>x</td> <td>d</td> <td>b</td> <td>c</td> <td>a</td> </tr> <tr> <td>f'(x)</td> <td>.</td> <td>۰/۵</td> <td>۲</td> <td>-۰/۵</td> </tr> </tbody> </table>	x	d	b	c	a	f'(x)	.	۰/۵	۲	-۰/۵	۴
x	d	b	c	a							
f'(x)	.	۰/۵	۲	-۰/۵							
الف) $f'(1) = \frac{2-0}{0-1} = -2$ ب) $m_B < m_C$	۵										
	۶ نادرست										
$f(2) = 3(2)^2 - 2(2) + 1 = 12 - 4 + 1 = 9$ $f'(x) = 6x - 2 \rightarrow m = f'(2) = 6(2) - 2 = 10$ شیب خط مماس $y = m(x - a) + b \rightarrow y = 10(x - 2) + 9 \rightarrow y = 10x - 11$ معادله‌ی خط مماس	۷										

$f(۴) = ۲۵ \rightarrow A(۴, ۲۵)$ شیب خط مماس $f'(۴) = \frac{۳}{۲} \rightarrow m = \frac{۳}{۲}$ معادله‌ی خط مماس $y = m(x - a) + b \rightarrow y = \frac{۳}{۲}(x - ۴) + ۲۵$ $x = ۵ \rightarrow y = \frac{۳}{۲}(۵ - ۴) + ۲۵ = ۲۶/۵ \Rightarrow B(۵, ۲۶/۵)$ $x = ۳ \rightarrow y = \frac{۳}{۲}(۳ - ۴) + ۲۵ = ۲۳/۵ \Rightarrow C(۳, ۲۳/۵)$	۸														
<p style="text-align: right;">الف :</p> <div style="display: flex; justify-content: space-between;"> ۱) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = ۲$ ۲) $\lim_{x \rightarrow (-۱)^+} f(x) = -\infty$ </div> <p style="text-align: center;">ب : تابع در نقاط $x = ۱$ و $x = -۱$ مشتق پذیر نیست.</p>	۹														
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tbody> <tr> <td style="width: 5%;"></td> <td style="width: 15%;">نقطه</td> <td style="width: 10%;">A</td> <td style="width: 10%;">D</td> <td style="width: 10%;">B</td> <td style="width: 10%;">E</td> <td style="width: 5%;"></td> </tr> <tr> <td></td> <td>شیب</td> <td style="text-align: center;">۱</td> <td style="text-align: center;">۰</td> <td style="text-align: center;">-۱</td> <td style="text-align: center;">-۳</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>		نقطه	A	D	B	E			شیب	۱	۰	-۱	-۳		۱۰
	نقطه	A	D	B	E										
	شیب	۱	۰	-۱	-۳										
$\frac{f(۴) - f(۳)}{۴ - ۳} = ۱/۵ \xrightarrow{f(۴)=۲۴} ۲۴ - f(۳) = ۱/۵ \rightarrow f(۳) = ۲۲/۵$ $\rightarrow B(۳, ۲۲/۵)$ $\frac{f(۵) - f(۴)}{۵ - ۴} = ۱/۵ \xrightarrow{f(۴)=۲۴} f(۵) - ۲۴ = ۱/۵ \rightarrow f(۵) = ۲۵/۵$ $\rightarrow C(۵, ۲۵/۵)$	۱۱														
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tbody> <tr> <td style="width: 5%;"></td> <td style="width: 15%;">x</td> <td style="width: 10%;">a</td> <td style="width: 10%;">b</td> <td style="width: 10%;">c</td> <td style="width: 10%;">d</td> <td style="width: 5%;"></td> </tr> <tr> <td></td> <td>f'(x)</td> <td style="text-align: center;">-۰/۵</td> <td style="text-align: center;">۰/۵</td> <td style="text-align: center;">۲</td> <td style="text-align: center;">۰</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>		x	a	b	c	d			f'(x)	-۰/۵	۰/۵	۲	۰		۱۲
	x	a	b	c	d										
	f'(x)	-۰/۵	۰/۵	۲	۰										

فرمول های مشتق گیری

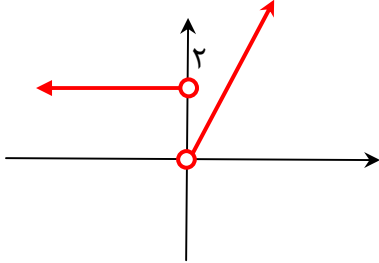
$۲g'(۲) - f'(۲) = ۲(۵) - ۳ = ۷$	۱
---------------------------------	---

<p>الف) $f'(x) = 5 \times \left(\frac{x}{2x-1}\right)^4 \times \left(\frac{2x-1-2x}{(2x-1)^2}\right)$</p> <p>ب) $g'(x) = 2x \times (\sqrt{x+1}) + \left(\frac{1}{2\sqrt{x+1}}\right) \times x^2$</p>	۲
<p>الف) $f'(x) = 5 \times (4x^3 - 3)(x^4 - 3x)^4$</p> <p>ب) $g'(x) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}(1-x) - (-1)\sqrt{x}}{(1-x)^2}$</p>	۳
<p>الف) $f'(x) = 5 \times (2x+2)(x^2 + 2x+1)^4$</p> <p>ب) $g'(x) = \frac{(1 \cdot x - 1)\sqrt{x} - \left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)(5x^2 - x)}{(\sqrt{x})^2}$</p>	۴
<p>$y' = \frac{-1}{x^2} \times (2\sqrt{x} - 1)^4 + 4\left(\frac{2}{2\sqrt{x}} - \cdot\right)(2\sqrt{x} - 1)^3 \times \frac{1}{x}$</p>	۵
<p>الف) $f'(x) = 3(2x)(x^2 + 1)^2(5x - 1) + 5(x^2 + 1)^3$</p> <p>ب) $g'(x) = \frac{9(\sqrt{x}) - \left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)(9x - 2)}{(\sqrt{x})^2}$</p>	۶
<p>الف) $f'(x) = 8\left(\frac{-3(x^2 + 5) - (2x)(-3x+1)}{(x^2 + 5)^2}\right)\left(\frac{-3x+1}{x^2 + 5}\right)^7$</p> <p>ب) $g'(x) = \left(\frac{-1}{x^2}\right)(\sqrt{3x+2}) + \left(\frac{1}{x}\right)\left(\frac{3}{2\sqrt{3x+2}}\right)$</p>	۷

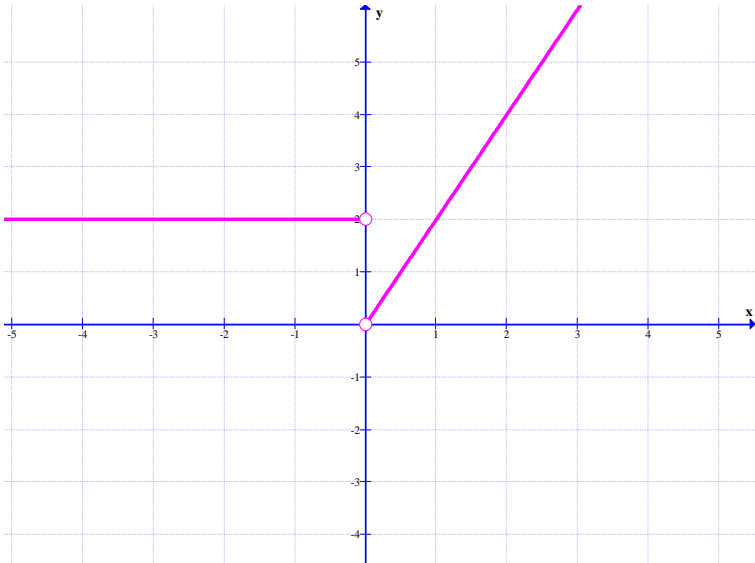
<p>الف: مشتق تابع کسری</p> $f'(x) = \frac{(2x-3)(-3x+1) - (-3)(x^2-3x+1)}{(-3x+1)^2}$ <p>ب: مشتق حاصل ضرب دو تابع</p> $f'(x) = 3(2x)(x^2+1)^2(\Delta x-1) + \Delta(x^2+1)^3$	۸
<p>الف) $f'(x) = \Delta \left(\frac{-3(x^2+\Delta) - 2x(-3x-1)}{(x^2+\Delta)^2} \right) \left(\frac{-3x-1}{x^2+\Delta} \right)^2$</p> <p>ب) $f'(x) = \frac{\Delta}{2\sqrt{\Delta x+3}}$</p>	۹
<p>الف) $f'(x) = \frac{3\sqrt{x} - \frac{1}{2\sqrt{x}}(3x+1)}{(\sqrt{x})^2}$</p> <p>ب) $f'(x) = \left(-\frac{1}{x^2}\right)(x^2+\Delta x)^2 + \left(\frac{1}{x}\right) \times 2(2x+\Delta)(x^2+\Delta x)^2$</p>	۱۰
<p>الف) $f'(x) = \Delta \left(\frac{x^2}{3x-1} \right) \left(\frac{2x(3x-1) - 3x^2}{(3x-1)^2} \right)$</p> <p>ب) $g'(x) = \left(\frac{3}{2\sqrt{3x+2}} \right) (x^3+1) + 3x^2(\sqrt{3x+2})$</p>	۱۱
<p>الف) $f'(x) = \frac{9\sqrt{x} - \frac{1}{2\sqrt{x}}(9x-2)}{(\sqrt{x})^2}$</p> <p>ب) $g'(x) = (6x)(2x-\Delta)^2 + (3)(2)(2x-\Delta)^2(3x^2-4)$</p>	۱۲
<p>الف) $f'(x) = \Delta(x^2+2x+1)^2(2x+2)$</p> <p>ب) $g'(x) = \frac{(1)(\sqrt{3x+2}) - \frac{3x}{2\sqrt{3x+2}}}{(\sqrt{3x+2})^2}$</p>	۱۳

الف) $f'(x) = 5(2x+2)(x^2+2x-1)^4$	۱۴
ب) $g'(x) = \left(\frac{3}{2\sqrt{3x+2}}\right)(x^3+1) + (\sqrt{3x+2})(3x^2)$	
$(3f+2g)'(1) = 3f'(1) + 2g'(1) = 9 + 10 = 19$	۱۵

درس ۲: مشتق پذیری و پیوستگی

<p>الف: تابع $f(x) = \begin{cases} 2x-1 & x < 0 \\ x^2-1 & x \geq 0 \end{cases}$ در نقطه‌ی $x=0$ پیوسته است ولی مشتق راست و چپ در این نقطه برابر نمی باشند. لذا در $x=0$ تابع مشتق پذیر نیست و این نقطه، یک نقطه‌ی گوشه ای است.</p> <p>ب:</p> $f(x) = \begin{cases} 2x-1 & x < 0 \\ x^2-1 & x \geq 0 \end{cases} \rightarrow f'(x) = \begin{cases} 2 & x < 0 \\ 2x & x > 0 \end{cases}$ <p>ج:</p> 	۱
$f(x) = \begin{cases} x^2+x & x \geq 1 \\ 3x-1 & x < 1 \end{cases}$ <p>حد راست $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = (1)^2 + (1) = 2$</p> <p>حد چپ $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 3(1) - 1 = 2$</p> <p>و چون $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ پس تابع در این نقطه پیوسته است.</p> <p>مشتق راست $f'_+(x) = 2x+1 \rightarrow f'_+(1) = 2(1)+1 = 3$</p> <p>مشتق چپ $f'_-(x) = 3 \rightarrow f'_-(1) = 3$</p>	۲

<p>پس $f'_+(1) = f'_-(1)$ لذا تابع در نقطه‌ی $x = 1$ مشتق پذیر است.</p>	
<p>$f'_+(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot^+} \frac{x - \cdot}{x - \cdot} = 1$ و $f'_-(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot^-} \frac{x^2 - \cdot}{x - \cdot} = \cdot$ و چون $f'_+(\cdot) \neq f'_-(\cdot)$ نتیجه می شود که $f'(\cdot)$ وجود ندارد.</p>	۳
<p>نادرست</p>	۴
<p>مماس قائم</p>	۵
<p>تابع در نقطه‌ی $x = -2$ پیوسته است. $f'_+(-2) = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{ x^2 - 4 - \cdot}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{-(x^2 - 4)}{x + 2} =$ $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{-(x - 2)(x + 2)}{x + 2} = 4$ $f'_-(-2) = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{ x^2 - 4 - \cdot}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{x^2 - 4}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{(x - 2)(x + 2)}{x + 2} = -4$ و چون $f'_+(-2) \neq f'_-(-2)$ لذا $f'(-2)$ موجود نیست.</p>	۶
<p>الف: درست. زیرا $f'(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} \rightarrow \lim_{x \rightarrow \cdot} f'(x) = +\infty$ ب: نادرست. پیوستگی تنها شرط مشتق پذیری نیست.</p>	۷
<p>نشان می دهیم که یا مشتقات راست و چپ نابرابرند و یا اینکه تابع ناپیوسته است. $f(\cdot) = (\cdot)^2 = \cdot$ مشتق راست $f'_+(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot^+} \frac{f(x) - f(\cdot)}{x - \cdot} = \lim_{x \rightarrow \cdot^+} \frac{x}{x} = 1$ مشتق چپ $f'_-(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot^-} \frac{f(x) - f(\cdot)}{x - \cdot} = \lim_{x \rightarrow \cdot^-} \frac{x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow \cdot^-} x = \cdot$</p>	۸

<p>حال چون $f'_+(\circ) \neq f'_-(\circ)$ تابع در $x = \circ$ مشتق پذیر نیست.</p>	
<p>حد راست $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 + 3) = 1 + 3 = 4$</p> <p>حد چپ $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (2x) = 2(1) = 2$</p> <p>لذا تابع در $x = 1$ دارای حد نیست و در نتیجه در این نقطه پیوسته نبوده و مشتق پذیر نیست.</p>	۹
<p>پیوسته</p>	۱۰
<p>الف : تابع f در نقطه‌ی $x = \circ$ پیوسته نیست. بنابراین $f'(\circ)$ موجود نیست.</p> <p>ب : $f'(x) = \begin{cases} 2x & x > \circ \\ 2 & x < \circ \end{cases}$</p> <p>پ :</p> 	۱۱
<p>۴۰</p>	۱۲
<p>$f'_+(\circ) = \lim_{x \rightarrow \circ^+} \frac{x^2 - \circ}{x - \circ} = \circ$</p> <p>$f'_-(\circ) = \lim_{x \rightarrow \circ^-} \frac{-x - \circ}{x - \circ} = -1$</p> <p>موجود نیست. $\rightarrow f'_+(\circ) \neq f'_-(\circ)$</p>	۱۳

$f'_+(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot^+} \frac{x}{x-1} = -1$ $f'_-(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot^-} \frac{1-1}{x-1} = 0$ <p>و چون $f'_+(\cdot) \neq f'_-(\cdot)$ لذا $f'(\cdot)$ موجود نیست.</p>	۱۴
$f(\cdot) = \cdot$ $f'_+(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot^+} \frac{x-\cdot}{x-\cdot} = 1$ $f'_-(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot^-} \frac{x^2-\cdot}{x-\cdot} = \lim_{x \rightarrow \cdot^-} x = \cdot$ <p>و چون $f'_+(\cdot) \neq f'_-(\cdot)$ پس $f'(\cdot)$ موجود نیست.</p>	۱۵
$\begin{cases} f'_+(-1) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{(x^2+3)-4}{x-(-1)} = -2 \\ f'_-(-1) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{(2x+6)-4}{x-(-1)} = 2 \end{cases} \rightarrow f'_+(-1) \neq f'_-(-1)$ <p>لذا $f'(-1)$ موجود نیست.</p>	۱۶

درس ۳: آهنگ تغییر

$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(4) - x(3)}{4 - 3} = 130 - (\sqrt{3} + 54) = 76 - \sqrt{3}$	۱
<p>آهنگ متوسط $\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{f(4) - f(\cdot)}{4 - \cdot} = \frac{28 - \cdot}{4} = 7$</p> $f'(t) = 4t - 1$ $4t - 1 = 7 \rightarrow t = 2$	۲
<p>آهنگ متوسط $\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(4) - x(3)}{4 - 3} = 130 - (\sqrt{3} + 54) = 76 - \sqrt{3}$</p>	۳

$x(t) = \sqrt{t} + 2t^3 \rightarrow x'(t) = \frac{1}{2\sqrt{t}} + 6t^2$ $\rightarrow x'(3) = \frac{1}{2\sqrt{3}} + 6(3)^2 = \frac{1}{2\sqrt{3}} + 54$	
$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{f(7) - f(2)}{7 - 2} = \frac{\sqrt{9} - \sqrt{4}}{5} = \frac{1}{5}$	۴
$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{f(25) - f(0)}{25 - 0} = \frac{15 - 50}{25} = \frac{35}{25} = \frac{7}{5} = 1/4$	۵
<p>الف) $\frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{m(4) - m(1)}{4 - 1} = \frac{130 - 3}{3} = \frac{127}{3}$</p> <p>ب) $m'(t) = \frac{1}{2\sqrt{t}} + 6t^2 \xrightarrow{t=4} m'(4) = \frac{1}{2\sqrt{4}} + 6(4)^2 = \frac{1}{4} + 96 = \frac{385}{4}$</p>	۶
$f(5) = (5)^2 - (5) + 10 = 25 - 5 + 10 = 30$ $f(0) = (0)^2 - (0) + 10 = 10$ <p>سرعت متوسط $\frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{f(5) - f(0)}{5 - 0} = \frac{30 - 10}{5} = 4$</p> <p>سرعت لحظه ای $f'(t) = 2t - 1$</p> $f'(t) = 4 \rightarrow 2t - 1 = 4 \rightarrow t = \frac{5}{2}$	۷
$m'(t) = \frac{1}{2\sqrt{t}} + 6t^2$ $\rightarrow m'(1) = \frac{1}{2} + 6 = \frac{13}{2}$ آهنگ رشد توده‌ی باکتری	۸
$d'(t) = -1 \cdot t + 20 \rightarrow d'(2) = -1 \cdot (2) + 20 = 0$	۹
$\left. \begin{array}{l} \frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(5) - f(0)}{5 - 0} = 4 \\ f'(t) = 2t - 1 \end{array} \right\} \rightarrow 2t - 1 = 4 \rightarrow t = \frac{5}{2}$	۱۰

الف) $\frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{h(8) - h(5)}{8 - 5} = \frac{0 - 75}{8 - 5} = -25$	۱۱
ب) $h'(t) = -10t + 40 \xrightarrow{h'(t)=35} -10t + 40 = 35 \rightarrow t = 0.5$	
آهنگ متوسط تغییر $\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(25) - f(0)}{25 - 0} = \frac{185 - 50}{25} = \frac{7}{5}$	۱۲
آهنگ لحظه ای $f'(x) = 7\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right) \rightarrow f'(49) = 7\left(\frac{1}{2\sqrt{49}}\right) = \frac{1}{2}$	
سرعت متوسط $\frac{f(5) - f(0)}{5 - 0} = 4$	۱۳
سرعت لحظه ای $f'(t) = 2t - 1 = 4 \rightarrow t = \frac{5}{2}$	

تهیه کننده: جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوّم متوسطه استان خوزستان

پاسخ سئوالات موضوعی نهایی

فصل پنجم ریاضی ۳ پایه دوازدهم علوم تجربی

فصل ۵: کاربرد مشتق

درس ۱: اکسترمم های تابع

الف:

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x \rightarrow f'(x) = 6x^2 + 6x - 12 \xrightarrow{f'(x)=0} 6x^2 + 6x - 12 = 0$$

$$\xrightarrow{\div 6} x^2 + x - 2 = 0 \rightarrow x = 1, x = -2$$

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	20	-7	$+\infty$	
		max	min		

ب:

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x \rightarrow f'(x) = 6x^2 + 6x - 12 \xrightarrow{f'(x)=0} 6x^2 + 6x - 12 = 0$$

$$\xrightarrow{\div 6} x^2 + x - 2 = 0 \rightarrow x = 1 \in [-1, 3], x = -2 \notin [-1, 3]$$

$$f(1) = 2(1)^3 + 3(1)^2 - 12(1) = 2 + 3 - 12 = -7$$

$$f(-1) = 2(-1)^3 + 3(-1)^2 - 12(-1) = -2 + 3 + 12 = 13$$

$$f(3) = 2(3)^3 + 3(3)^2 - 12(3) = 54 + 27 - 36 = 45$$

$$\rightarrow \begin{cases} \min : (1, -7) \\ \max : (3, 45) \end{cases}$$

نقطه‌ی بحرانی $(1, -7)$

$$f(x) = ax^2 + bx \xrightarrow{f(1)=7} a + b = 7$$

$$f'(x) = 2ax + b \xrightarrow{f'(1)=0} 2a + b = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} a + b = 7 \\ 2a + b = 0 \end{cases} \rightarrow a = -7, b = 14$$

۲

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x \rightarrow f'(x) = 6x^2 + 6x - 12 \xrightarrow{f'(x)=0} 6x^2 + 6x - 12 = 0$$

$$\xrightarrow{\div 6} x^2 + x - 2 = 0 \rightarrow x = 1 \in [-1, 3], x = -2 \notin [-1, 3]$$

$$f(1) = 2(1)^3 + 3(1)^2 - 12(1) = 2 + 3 - 12 = -7$$

$$f(-1) = 2(-1)^3 + 3(-1)^2 - 12(-1) = -2 + 3 + 12 = 13$$

$$f(3) = 2(3)^3 + 3(3)^2 - 12(3) = 54 + 27 - 36 = 45$$

نقطه‌ی $(1, -7)$ می نیمم مطلق و نقطه‌ی $(3, 45)$ ماکزیمم مطلق است.

۳

الف :

$$f(x) = -2x^3 + 9x^2 - 13 \rightarrow f'(x) = -6x^2 + 18x \xrightarrow{f'(x)=0} -6x^2 + 18x = 0$$

$$\xrightarrow{\div 6} -x^2 + 3x = 0 \rightarrow x = 0, x = 3$$

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	$-$
y	$+\infty$	-13 min	24 max	$+\infty$

ب :

$$f(-1) = -2(-1)^3 + 9(-1)^2 - 13 = -2$$

$$f(0) = -2(0)^3 + 9(0)^2 - 13 = -13$$

$$f(2) = -2(2)^3 + 9(2)^2 - 13 = 7$$

$$\rightarrow \begin{cases} \text{min} : (0, -13) \\ \text{max} : (2, 7) \end{cases}$$

۴


<p> $f(x) = x^3 - 3x + 4 \rightarrow f'(x) = 3x^2 - 3 \xrightarrow{f'(x)=0} 3x^2 - 3 = 0$ $x^2 - 1 = 0 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm 1$ </p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">-1</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">y'</td> <td style="padding: 5px;">$+$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">$-$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">$+$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">y</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">6 ↖ ↗ max</td> <td style="padding: 5px;">2 ↘ ↗ min</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">نقطه‌ای $(1, 2)$ مینیمم نسبی و نقطه‌ای $(-1, 6)$ ماکزیمم نسبی است.</p>	x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	y'	$+$	0	$-$	0	$+$	y	$-\infty$	6 ↖ ↗ max	2 ↘ ↗ min	$+\infty$	۵
x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$													
y'	$+$	0	$-$	0	$+$												
y	$-\infty$	6 ↖ ↗ max	2 ↘ ↗ min	$+\infty$													
<p> $g(x) = x^3 + 2x - 5 \rightarrow g'(x) = 3x^2 + 2 \neq 0$ $g(-2) = (-2)^3 + 2(-2) - 5 = -8 - 4 - 5 = -17$ min $g(1) = (1)^3 + 2(1) - 5 = 1 + 2 - 5 = -2$ max </p>	۶																
<p> $f'(x) = 3x^2 + 6x - 9 \xrightarrow{f'(x)=0} 3x^2 + 6x - 9 = 0 \rightarrow x = 1, x = -3$ </p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">-3</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">f'</td> <td style="padding: 5px;">$+$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">$-$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">$+$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">f</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">17 ↖ ↗ max</td> <td style="padding: 5px;">-15 ↘ ↗ min</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$	f'	$+$	0	$-$	0	$+$	f	$-\infty$	17 ↖ ↗ max	-15 ↘ ↗ min	$+\infty$	۷
x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$													
f'	$+$	0	$-$	0	$+$												
f	$-\infty$	17 ↖ ↗ max	-15 ↘ ↗ min	$+\infty$													

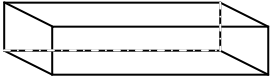
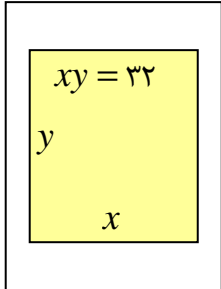
$f'(x) = -6x^2 + 6x + 12 \xrightarrow{f'(x)=0} -6x^2 + 6x + 12 = 0$ $\xrightarrow{\div(-6)} x^2 - x - 2 = 0 \rightarrow x = -1, \quad x = 2$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">-1</td> <td style="padding: 5px;">2</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$f'(x)$</td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;">o</td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;">o</td> <td style="padding: 5px;">-</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$f(x)$</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> <td style="padding: 5px;">-9</td> <td style="padding: 5px;">11</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;"> \min \max </p> $f(0) = -2(0)^3 + 3(0)^2 + 12(0) - 9 = -9 \quad \text{می نیمم مطلق}$ $f(2) = -2(2)^3 + 3(2)^2 + 12(2) - 9 = 11 \quad \text{ماکزیمم مطلق}$ $f(3) = -2(3)^3 + 3(3)^2 + 12(3) - 9 = 0$	x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	$f'(x)$	-	o	+	o	-	$f(x)$	$+\infty$	-9	11	$-\infty$	۸
x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$													
$f'(x)$	-	o	+	o	-												
$f(x)$	$+\infty$	-9	11	$-\infty$													
$f(x) = x^3 + bx^2 + d \xrightarrow{f(2)=1} 8 + 4b + d = 1 \rightarrow 4b + d = -7$ $f'(x) = 3x^2 + 2bx \xrightarrow{f'(2)=0} 12 + 4b = 0 \rightarrow b = -3$ $4b + d = -7 \xrightarrow{b=-3} -12 + d = -7 \rightarrow d = 5$	۹																
<p>الف : هر نقطه از دامنه‌ی تابع را یک نقطه‌ی بحرانی می نامند هرگاه در این نقطه یا تابع مشتق پذیر نباشد و یا اینکه مشتق آن صفر باشد.</p> <p style="text-align: right;">ب :</p> $f(x) = x^3 + bx^2 + d$ $\xrightarrow{f(2)=1} f(2) = (2)^3 + b(2)^2 + d \rightarrow 8 + 4b + d = 1 \rightarrow 4b + d = -7$ $f'(x) = 3x^2 + 2bx$ $\xrightarrow{f'(2)=0} f'(2) = 3(2)^2 + 2b(2) \rightarrow 12 + 4b = 0 \rightarrow 4b = -12 \rightarrow b = -3$ $\xrightarrow{4b+d=-7} 4(-3) + d = -7 \rightarrow d = 5$	۱۰																

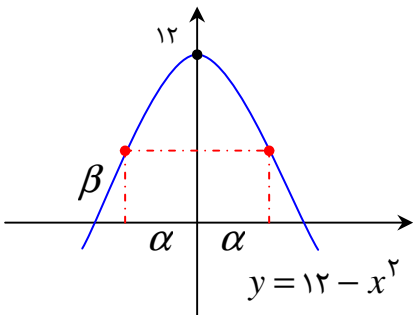
$f'(x) = 3x^2 + 2 \xrightarrow{f'(x)=0} 3x^2 + 2 = 0 \rightarrow 3x^2 = -2$ معادله جواب ندارد. $f(-2) = (-2)^3 + 2(-2) - 5 = -8 - 4 - 5 = -17$ مقدار می نیمم مطلق $f(1) = (1)^3 + 2(1) - 5 = 1 + 2 - 5 = -2$ مقدار ماکزیمم مطلق	۱۱															
درست	۱۲															
$f'(x) = 3x^2 - 3 \xrightarrow{f'(x)=0} 3x^2 - 3 = 0 \rightarrow 3x^2 = 3 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm 1$ $x = 1 \rightarrow f(1) = (1)^3 - 3(1) + 7 = 5$ $x = -1 \rightarrow f(-1) = (-1)^3 - 3(-1) + 7 = 9$ $x = 3 \rightarrow f(3) = (3)^3 - 3(3) + 7 = 25$ $\Rightarrow \max(3, 25) \quad , \quad \min(1, 5)$	۱۳															
$f(x) = ax^2 + bx \rightarrow f'(x) = 2ax + b$ $f(1) = 3 \xrightarrow{f(x)=ax^2+bx} f(1) = a(1)^2 + b(1) = a + b = 3$ $f'(1) = 0 \xrightarrow{f'(x)=2ax+b} f'(1) = 2a + b = 0$ $\rightarrow \begin{cases} 2a + b = 0 \\ a + b = -3 \end{cases} \rightarrow a = 3 \quad , \quad b = -6$	۱۴															
$f'(x) = 3x^2 + 6x - 9$ $\xrightarrow{f'(x)=0} 3x^2 + 6x - 9 = 0 \xrightarrow{\div 3} x^2 + 2x - 3 = 0 \rightarrow x = 1 \quad , \quad x = -3$ <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">-3</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">$-\infty$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">$f'(x)$</td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">○</td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">○</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">$f(x)$</td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">↗ 17 max</td> <td style="padding: 5px;">↘ 15 min</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">↗</td> </tr> </table>	x	$+\infty$	-3	1	$-\infty$	$f'(x)$	+	○	-	○	$f(x)$		↗ 17 max	↘ 15 min	↗	۱۵
x	$+\infty$	-3	1	$-\infty$												
$f'(x)$	+	○	-	○												
$f(x)$		↗ 17 max	↘ 15 min	↗												
درست	۱۶															
	۱۷															
	$(-1, 1)$ یا $[-1, 1]$															

$f(x) = x^3 + bx^2 + d \rightarrow f(2) = (2)^3 + b(2)^2 + d \xrightarrow{f(2)=1} 8 + 4b + d = 1$ $\rightarrow 4b + d = -7$ $f'(x) = 3x^2 + 2bx \xrightarrow{f'(2)=0} f'(2) = 3(2)^2 + 2b(2) = 0$ $\rightarrow 12 + 4b = 0 \rightarrow b = -3$ $4b + d = -7 \xrightarrow{b=-3} -12 + d = -7 \rightarrow d = 5$	۱۸									
$f'(x) = 3x^2 - 3 \rightarrow x = \pm 1$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tbody> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">-1</td> <td style="padding: 5px;">$+1$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$f'(x)$</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">+ 0 -</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">0 +</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$f(x)$</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">↗</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">↘ ↗</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">تابع در بازه های $(-\infty, -1)$ و $(1, +\infty)$ اکیداً صعودی و در بازه $(-1, 1)$ اکیداً نزولی است.</p>	x	-1	$+1$	$f'(x)$	+ 0 -	0 +	$f(x)$	↗	↘ ↗	۱۹
x	-1	$+1$								
$f'(x)$	+ 0 -	0 +								
$f(x)$	↗	↘ ↗								
$f'(x) = 6x^2 + 6x - 12 \xrightarrow{f'(x)=0} 6x^2 + 6x - 12 = 0 \rightarrow x^2 + x - 2 = 0$ $\rightarrow (x+2)(x-1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \end{cases}$ $\begin{cases} f(-1) = 13 \\ f(1) = -7 \\ f(3) = 45 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \min = (1, -7) \\ \max = (3, 45) \end{cases}$	۲۰									
$f'(x) = 3x^2 + 2bx \xrightarrow{f'(2)=0} 3(2)^2 + 2b(2) = 0 \rightarrow b = -3$ $f(x) = x^3 + bx^2 + d$ $f(2) = 1 \rightarrow 4b + d = -7 \xrightarrow{b=-3} d = 5$	۲۱									

درس ۲: بهینه سازی

$2x + 2y = 24 \xrightarrow{\div 2} x + y = 12 \rightarrow y = 12 - x$ $S = xy \rightarrow S(x) = x(12 - x) = 12x - x^2$ $S'(x) = 12 - 2x \xrightarrow{S'(x)=0} 12 - 2x = 0 \rightarrow x = 6, y = 6$ <div style="text-align: center; margin-top: 10px;">  </div>	۱
--	---

$V(x) = (1 - 2x)^2 x = x - 4x^2 - 4x^3$  $V'(x) = 1 - 8x + 12x^2 \xrightarrow{V'(x)=0} 1 - 8x + 12x^2 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{2}, \quad x = \frac{1}{6}$ <p style="text-align: right;">پاسخ $x = \frac{1}{6}$ قابل قبول است.</p>	۲
$P = xy \rightarrow P(x) = x(10x - 5) = 10x^2 - 5x$ $\rightarrow P'(x) = 20x - 5 \xrightarrow{P'(x)=0} 20x - 5 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{4}$ $y = 10x - 5 \xrightarrow{x=\frac{1}{4}} y = 10 \cdot \left(\frac{1}{4}\right) - 5 = -\frac{5}{2}$	۳
$2a + b = 60 \rightarrow b = 60 - 2a$ $p = ab = a(60 - 2a) = 60a - 2a^2$ $p' = 60 - 4a \xrightarrow{p'=0} 60 - 4a = 0 \rightarrow a = 15$ $b = 60 - 2a = 60 - 2(15) = 30$	۴
$P = xy \xrightarrow{y=x+10} P = x(x+10) = x^2 + 10x \rightarrow f'(x) = 2x + 10$ $\xrightarrow{f'(x)=0} 2x + 10 = 0 \rightarrow x = -5 \xrightarrow{y=x+10} y = -5 + 10 = 5$	۵
<p>مساحت صفحه‌ی کتاب $S = (x + 2)(y + 4)$</p> $\rightarrow S = xy + 4x + 2y + 8 \xrightarrow{y=\frac{32}{x}} S = x\left(\frac{32}{x}\right) + 4x + 2\left(\frac{32}{x}\right) + 8 = \frac{64}{x} + 4x + 4$ $\rightarrow S' = -\frac{64}{x^2} + 4 \xrightarrow{S'=0} \frac{16}{x^2} = 1 \rightarrow x^2 = 16 \rightarrow x = 4$ $\rightarrow x = 4, \quad y = \frac{32}{x} = 8$ <p style="text-align: center;">ابعاد صفحه‌ی کتاب 12×6</p> 	۶

$P = 2x + 2y = 14 \xrightarrow{\div 2} x + y = 7 \rightarrow y = 7 - x$ $S = xy \xrightarrow{y=7-x} S = x(7-x) \rightarrow S = 7x - x^2$ $f'(x) = 7 - 2x \xrightarrow{f'(x)=0} 7 - 2x = 0 \rightarrow x = \frac{-7}{-2} = \frac{7}{2}$ $y = 7 - x \xrightarrow{x=\frac{7}{2}} y = 7 - \frac{7}{2} = \frac{7}{2}$	۷
$y = 0 \rightarrow 12 - x^2 = 0 \rightarrow x^2 = 12 \rightarrow x = \pm 2\sqrt{3}$ $S = 2\alpha \times \beta \xrightarrow{\beta=12-\alpha^2} S = 2\alpha(12 - \alpha^2) = -2\alpha^3 + 24\alpha, \alpha \in (0, 2\sqrt{3})$ <div style="text-align: center;">  </div> $S' = -6\alpha^2 + 24 \xrightarrow{S'=0} -6\alpha^2 + 24 = 0 \rightarrow -6\alpha^2 = -24 \rightarrow \alpha^2 = 4$ $\rightarrow \alpha = \pm 2$ <p style="text-align: center;">که چون $(0, 2\sqrt{3})$ ، $-2 \notin (0, 2\sqrt{3})$ ، پس تنها $\alpha = 2$ قابل قبول است. لذا:</p> <p>طول مستطیل $2\alpha = 4$</p> <p>عرض مستطیل $\beta = 12 - \alpha^2 = 12 - 4 = 8$</p>	۸
$y - x = 20 \rightarrow y = x + 20$ $P = xy \rightarrow P = x(x + 20) = x^2 + 20x$ $\rightarrow P' = 2x + 20 \xrightarrow{P'=0} 2x + 20 = 0 \rightarrow x = -10 \xrightarrow{y=x+20} y = -10 + 20 = 10$	۹
$f(x) = xy \rightarrow f(x) = x(7 - x) = -x^2 + 7x \rightarrow f'(x) = -2x + 7$	۱۰

$\frac{f'(x)=0}{\rightarrow -2x + 7 = 0 \rightarrow x = \frac{7}{2}}$ $y = 7 - x = 7 - \frac{7}{2} = \frac{7}{2}$	
$x + y = 7 \rightarrow y = 7 - x$ $\rightarrow s = x \times y \rightarrow s(x) = x(7 - x) = 7x - x^2$ $s'(x) = 7 - 2x \xrightarrow{s'=0} 7 - 2x = 0 \rightarrow x = \frac{7}{2} \xrightarrow{x+y=7} y = \frac{7}{2}$	۱۱
$P = xy \xrightarrow{y=10+x} P = x(10 + x) \rightarrow P = 10x + x^2$ $P'(x) = 10 + 2x \xrightarrow{P'(x)=0} 10 + 2x = 0 \rightarrow x = -5$ $y = 10 + x = 10 + (-5) = 5$	۱۲

تهیه کننده : جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره ی دوّم متوسطه استان خوزستان

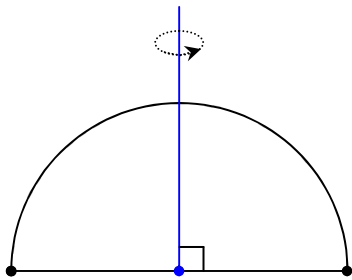
پاسخ سوالات موضوعی نهایی

فصل ششم ریاضی ۳ پایه دوازدهم علوم تجربی

فصل ۶: هندسه

درس ۱: تفکر تجسمی

۱	نادرست
۲	نادرست
۳	استوانه
۴	سطح مقطع
۵	جسم حاصل نیم کره خواهد بود.
۶	دایره
۷	بیضی

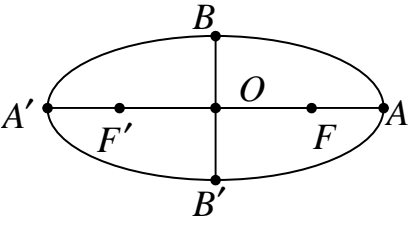


بیضی

۱	$2a = 8 \rightarrow a = 4$, $2b = 6 \rightarrow b = 3$ $c^2 = a^2 - b^2 \rightarrow c = \sqrt{7} \rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{7}}{4}$
۲	کوچکتر

<p>قطر بزرگ $AA' = 8 \rightarrow 2a = 8 \rightarrow a = 4$</p> <p>قطر کوچک $BB' = 6 \rightarrow 2b = 6 \rightarrow b = 3$</p> <p>$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow 16 = 9 + c^2 \rightarrow c^2 = 7 \rightarrow c = \sqrt{7}$</p> <p>$FF' = 2c = 2\sqrt{7}$</p>	۳
<p style="text-align: right;">مرکز بیضی وسط دو کانون است. پس</p> <p>$O\left(\frac{1+1}{2}, \frac{3+(-5)}{2}\right) \rightarrow O(1, -1)$</p> <p>فاصله‌ی کانونی $FF' = \sqrt{(1-1)^2 + (3-(-5))^2} = \sqrt{0+64} = 8 \rightarrow 2c = 8 \rightarrow c = 4$</p> <p>$a^2 = b^2 + c^2 \xrightarrow{a=6, c=4} 36 = b^2 + 16 \rightarrow b^2 = 20 \rightarrow b = 2\sqrt{5}$</p> <p>$BB' = 2b = 4\sqrt{5}$ اندازه‌ی قطر کوچک</p>	۴
<p>$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow 25 = 9 + c^2 \rightarrow c^2 = 25 - 9 \rightarrow c^2 = 16 \rightarrow c = 4$</p> <p>فاصله‌ی کانونی $FF' = 2c = 8$</p>	۵
<p>مرکز بیضی $O \begin{cases} \alpha = \frac{1+1}{2} = 1 \\ \beta = \frac{3-5}{2} = -1 \end{cases}$</p> <p>فاصله‌ی کانونی $FF' = 3 - (-5) = 8 \rightarrow 2c = 8 \rightarrow c = 4$</p> <p>$a^2 = b^2 + c^2 \xrightarrow{a=6, c=4} 36 = b^2 + 16 \rightarrow b^2 = 36 - 16 = 20 \rightarrow b = 2\sqrt{5}$</p> <p>طول قطر کوچک $BB' = 2b = 2(2\sqrt{5}) = 4\sqrt{5}$</p> <p>خروج از مرکز بیضی $e = \frac{c}{a} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$</p>	۶

<p>مرکز بیضی وسط کانون ها است.</p> $O \begin{cases} \alpha = \frac{1+1}{2} = 1 \\ \beta = \frac{-5+3}{2} = -1 \end{cases} \rightarrow O(1, -1) \text{ بیضی}$ <p>فاصله‌ی کانونی $FF' = 3 - (-5) = 8 \rightarrow 2c = 8 \rightarrow c = 4$</p> <p>و معادله‌ی قطر بزرگ $x = 1$</p> $b^2 + c^2 = a^2$ $b^2 + c^2 = a^2 \rightarrow b^2 + 16 = 36 \rightarrow b^2 = 20 \rightarrow b = 2\sqrt{5}$ <p>طول قطر کوچک $BB' = 2b = 4\sqrt{5}$</p> <p>خروج از مرکز بیضی $e = \frac{c}{a} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$</p>	۷
<p>طول قطر بزرگ بیضی $AA' = 2a = 12 \rightarrow a = 6$</p> <p>فاصله‌ی کانونی $FF' = y_2 - y_1 = -5 - 3 = 8 \rightarrow 2c = 8 \rightarrow c = 4$</p> $\begin{cases} \alpha = \frac{1+1}{2} = 1 \\ \beta = \frac{-5+3}{2} = -1 \end{cases} \rightarrow O(1, -1)$ <p>مختصات مرکز بیضی (وسط کانون ها)</p> <p>خروج از مرکز بیضی $e = \frac{c}{a} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$</p>	۸

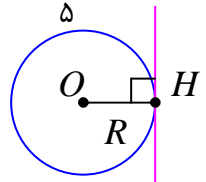
$AA' = 2a \rightarrow 2a = 6 \rightarrow a = 3$ $BB' = 2b \rightarrow 2b = 4 \rightarrow b = 2$ $a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow 9 = 4 + c^2 \rightarrow c = \sqrt{5}$ $FF' = 2c = 2\sqrt{5} \quad \text{فاصله ی کانونی}$ <p>چون بیضی افقی است. لذا مختصات دو سطر قطر بزرگ آن به شکل زیر خواهد شد:</p> $O(4, 5) \rightarrow \alpha = 4, \beta = 5$ $A \left \begin{array}{l} \alpha + a \\ \beta \end{array} \right. \rightarrow A \left \begin{array}{l} 4 + 3 \\ 5 \end{array} \right. \rightarrow A \left \begin{array}{l} 7 \\ 5 \end{array} \right.$ $A' \left \begin{array}{l} \alpha - a \\ \beta \end{array} \right. \rightarrow A' \left \begin{array}{l} 4 - 3 \\ 5 \end{array} \right. \rightarrow A' \left \begin{array}{l} 1 \\ 5 \end{array} \right.$ 	۹
دایره	۱۰
<p>مرکز بیضی وسط کانون های آن است. پس :</p> $O \left \begin{array}{l} \alpha = \frac{2+2}{2} = 2 \\ \beta = \frac{-3+5}{2} = 1 \end{array} \right. \rightarrow O(2,1)$ $FF' = 5 - (-3) = 8 \xrightarrow{FF' = 2c} 2c = 8 \rightarrow c = 4$ $a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow (5)^2 = b^2 + (4)^2 \rightarrow b^2 = 25 - 16 = 9 \rightarrow b = 3 \rightarrow BB' = 2b = 6$	۱۱

<p>الف) $e = \frac{4}{5} \rightarrow \frac{c}{a} = \frac{4}{5} \rightarrow c = \frac{4}{5}a$</p> <p>طول قطر کوچک $2b = 6 \rightarrow b = 3$</p> <p>$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow a^2 = 9 + \frac{16}{25}a^2 \rightarrow a = 5$</p> <p>طول قطر بزرگ $2a = 10$</p> <p>$c = \frac{4}{5}a \xrightarrow{a=5} c = 4$</p> <p>فاصله ی کانونی $2a = 8$</p> <p>ب) $A(1, -1)$ و $A'(-9, -1)$</p>	۱۲
درست	۱۳
<p>الف :</p> <p>مرکز بیضی $O \left\{ \begin{array}{l} \alpha = \frac{1+1}{2} = 1 \\ \beta = \frac{3+(-5)}{2} = -1 \end{array} \right.$</p> <p>ب :</p> <p>$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow 36 = b^2 + 16 \rightarrow b^2 = 36 - 16 = 20$</p> <p>$\rightarrow b = 2\sqrt{5} \rightarrow BB' = 2b = 4\sqrt{5}$</p>	۱۴
<p>$2a = 6 \rightarrow a = 3$ $2b = 4 \rightarrow b = 2$</p> <p>الف)</p> <p>$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow 9 = 4 + c^2 \rightarrow c^2 = 5 \rightarrow c = \sqrt{5}$</p> <p>ب)</p> <p>$\left\{ \begin{array}{l} A(4+3, 5) \rightarrow A(7, 5) \\ A'(4-3, 5) \rightarrow A'(1, 5) \end{array} \right.$</p>	۱۵

$e = \frac{c}{a} = \frac{4}{5} \rightarrow a = \frac{5}{4}c$ $BB' = 2b = 6 \rightarrow b = 3$ $a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow \frac{25}{16}c^2 = 9 + c^2 \rightarrow c^2 = 16 \rightarrow c = 4$ $FF' = 2c = 2 \times 4 = 8$ $a = \frac{5}{4}c \xrightarrow{c=4} a = 5$ $A \begin{cases} \alpha - a = -4 - 5 = -9 \\ \beta = -1 \end{cases} \quad , \quad A' \begin{cases} \alpha + a = -4 + 5 = 1 \\ \beta = -1 \end{cases}$	۱۶
--	----

درس ۲: دایره

<p style="text-align: right;">روش مربع کامل کردن</p> $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 6 = 0 \rightarrow x^2 - 6x + y^2 + 2y = -6$ $\rightarrow (x^2 - 6x + 9) + (y^2 + 2y + 1) = -6 + 9 + 1$ $\rightarrow (x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 4$ <p>مرکز دایره $O(3, -1)$ شعاع دایره $R = \sqrt{4} = 2$</p> <p style="text-align: right;">روش فرمول</p> $a = -6, \quad b = 2, \quad c = 6$ $\text{مرکز } O\left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right) \rightarrow O\left(-\frac{-6}{2}, -\frac{2}{2}\right) \rightarrow O(3, -1)$ $\text{شعاع } R = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = \frac{1}{2}\sqrt{(-6)^2 + (2)^2 - 4(6)} = \frac{1}{2}\sqrt{36 + 4 - 24} = \frac{1}{2}\sqrt{16} = 2$	۱
$(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 1 \rightarrow \begin{cases} O_1(-1, 2) \\ R_1 = 1 \end{cases}$	۲

$x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0 \rightarrow \begin{cases} O_2(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}) \rightarrow O_2(1, -2) \\ R_2 = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = \frac{1}{2}\sqrt{4 + 16 - 4} = 2 \end{cases}$ $d = O_1 O_2 = \sqrt{(-1-1)^2 + (2+2)^2} = \sqrt{20}$ <p>و چون $d > R_1 + R_2$ لذا دو دایره متخارج هستند.</p>	
$x^2 + (y-5)^2 = 5 \rightarrow \begin{cases} O_1(0, 5) \\ R_1 = \sqrt{5} \end{cases} \quad \text{و} \quad (x-2)^2 + (y+3)^2 = 7 \rightarrow \begin{cases} O_2(2, -3) \\ R_2 = \sqrt{7} \end{cases}$ $d = O_1 O_2 = \sqrt{(0-2)^2 + (5+3)^2} = \sqrt{4 + 64} = \sqrt{68} = 2\sqrt{17}$ $R_1 + R_2 = \sqrt{5} + \sqrt{7}$ <p>و چون $d > R_1 + R_2$ لذا دو دایره متخارج هستند.</p>	۳
$O(1, 0)$ و $R = 2$	
$d = \frac{ 1(1) + 1(0) - 3 }{\sqrt{(1)^2 + (1)^2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$ $\Rightarrow d < R$ <p>لذا خط دایره را در دو نقطه قطع می کند.</p>	۴
<p>شعاع دایره $r = 2$ مرکز دایره $O(2-3)$</p> $d = \frac{ -3+1 }{\sqrt{0+1}} = 2$ <p>فاصله‌ی مرکز دایره تا خط</p> <p>حال چون $d = r = 2$ لذا خط بر دایره مماس است.</p>	۵
$R = \frac{ a\alpha + b\beta + c }{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{ 3(1) + 4(2) + (-1) }{\sqrt{(3)^2 + (4)^2}} = \frac{ 3 + 8 - 1 }{\sqrt{25}} = \frac{10}{5} = 2$ <div style="text-align: center;">  </div> $(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 = R^2 \rightarrow (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$ <p>معادله‌ی دایره $ax + by + c = 0$</p>	۶

$x^2 + y^2 = 2 \rightarrow O(0,0), R = \sqrt{2}$ $y = -x - 2 \rightarrow x + y + 2 = 0$ $d = OH = \frac{ a\alpha + b\beta + c }{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{ (1)(0) + (1)(0) + 2 }{\sqrt{(1)^2 + (1)^2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$ $d = R = \sqrt{2} \rightarrow \text{خط بر دایره مماس است.}$	۷
$3x + 4y - 1 = 0$ $R = \frac{ a\alpha + b\beta + c }{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{ (3)(1) + (4)(2) + (-1) }{\sqrt{(3)^2 + (4)^2}} = \frac{ 3 + 8 - 1 }{\sqrt{9 + 16}} = \frac{10}{5} = 2$	۸
<p>الف) $O(-1,0), R = 2$</p> <p>ب) $(x+1)^2 + y^2 = 4 \xrightarrow{y=0} (x+1)^2 = 4 \rightarrow \begin{cases} x+1=2 \\ x+1=-2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=1 \rightarrow (1,0) \\ x=-3 \rightarrow (-3,0) \end{cases}$</p>	۹
۲	۱۰
$d = \frac{ ax + by + c }{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{ 3(2) - 4(-3) + 2 }{\sqrt{(3)^2 + (-4)^2}} = \frac{ 6 + 12 + 2 }{\sqrt{9 + 16}} = \frac{20}{5} = 4$ $d^2 + 3^2 = R^2 \xrightarrow{d=4} R^2 = 9 + 16 = 25 \rightarrow R = 5$ <p>معادله دایره $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 25$</p>	۱۱
<p>مرکز دایره $O(1,0)$</p> <p>شعاع دایره $R = \frac{1}{2} \sqrt{4 + 0 + 12} = \sqrt{2}$</p> $OH = \frac{ (1)(1) + (0)(1) - 3 }{\sqrt{(1)^2 + (1)^2}} = \sqrt{2}$ <p>و چون $OH < R$ ، خط و دایره متقاطع اند.</p>	۱۲

$$R = \frac{|a\alpha + b\beta + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|(3)(0) + (-4)(3) - 3|}{\sqrt{(3)^2 + (-4)^2}} = \frac{15}{5} = 3$$

$$(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = R^2 \rightarrow (x - 0)^2 + (y - 3)^2 = 9$$

۱۳

تهیه کننده: جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوّم متوسطه استان خوزستان

پاسخ سوالات موضوعی نهایی

فصل هفتم ریاضی ۳ پایه دوازدهم علوم تجربی

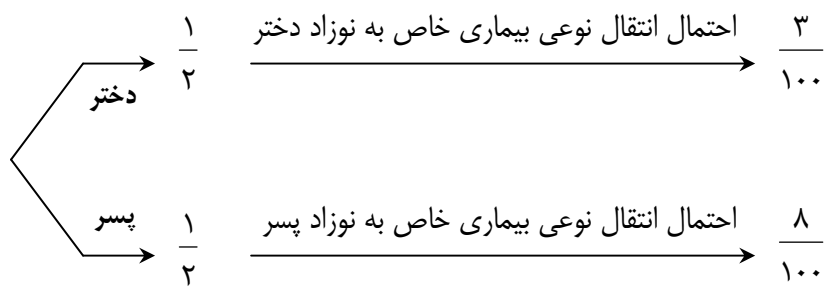
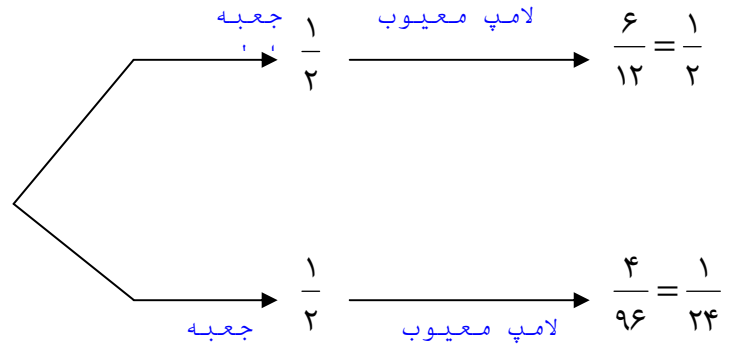
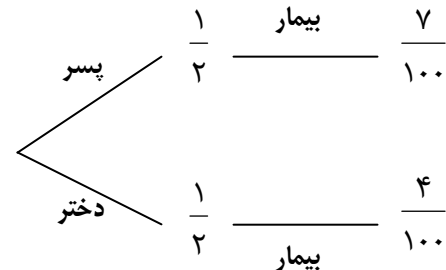
فصل ۷: احتمال

یادآوری مفاهیم

۱	ناسازگار
۲	نادرست
۳	درست. (طبق تعریف دو پیشامد ناسازگار)
۴	درست
۵	الف: مستقل ب: $P(A B)$

قانون احتمال کل

۱	$P(A) = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right) \times 3 = \frac{11}{16}$
۲	<p> $P(A) = \left(\frac{1}{3} \times \frac{4}{9}\right) + \left(\frac{1}{3} \times \frac{3}{10}\right) + \left(\frac{1}{3} \times 0\right) = \frac{67}{270}$ </p>
۳	$P(A) = \left(\frac{1}{3} \times \frac{3}{8}\right) + \left(\frac{1}{3} \times \frac{4}{4}\right) + \left(\frac{1}{3} \times \frac{0}{6}\right) = \frac{1}{8} + \frac{1}{3} + 0 = \frac{11}{24}$

$P(A) = \left(\frac{7}{12} \times \frac{7}{15}\right) + \left(\frac{5}{12} \times \frac{6}{15}\right) = \frac{79}{180}$	۴
$P(A) = \left(\frac{40}{100} \times \frac{3}{100}\right) + \left(\frac{60}{100} \times \frac{5}{100}\right) = \frac{12}{1000} + \frac{30}{1000} = \frac{42}{1000}$	۵
 $P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{8}{100} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{100} = \frac{11}{200}$	۶
 $P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{24} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{24}\right) = \frac{1}{2} \times \frac{13}{24} = \frac{13}{48}$	۷
رجوع به پاسخ ۶	۸
 $\Rightarrow P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{7}{100} + \frac{1}{2} \times \frac{4}{100} = \frac{11}{200}$	۹

$P(A) = \frac{1}{3} \times \frac{3}{8} + \frac{1}{3} \times 1 + \frac{1}{3} \times 0 = \frac{11}{24}$	۱۰
$P(A) = \left(\frac{1}{2} \times \frac{8}{100}\right) + \left(\frac{1}{2} \times \frac{3}{100}\right) = \frac{8}{200} + \frac{3}{200} = \frac{11}{200}$	۱۱
$P(A) = \left(\frac{6}{10}\right)\left(\frac{6}{13}\right) + \left(\frac{4}{10}\right)\left(\frac{5}{13}\right) = \frac{56}{130} = \frac{3}{65}$	۱۲
$P(A) = \frac{1}{4} \times \frac{4}{14} + \frac{1}{4} \times 1 + \frac{1}{4} \times \frac{6}{8} + \frac{1}{4} \times 0 = \frac{57}{112}$	۱۳

تهیه کننده: جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوّم متوسطه استان خوزستان